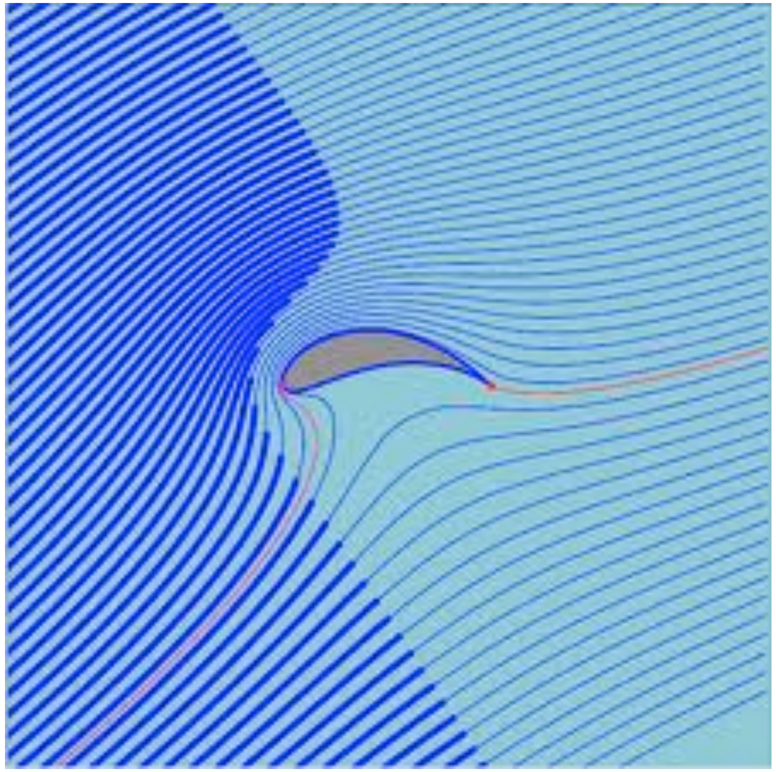
Introduction à l'Aérodynamique et à la Théorie des Profils

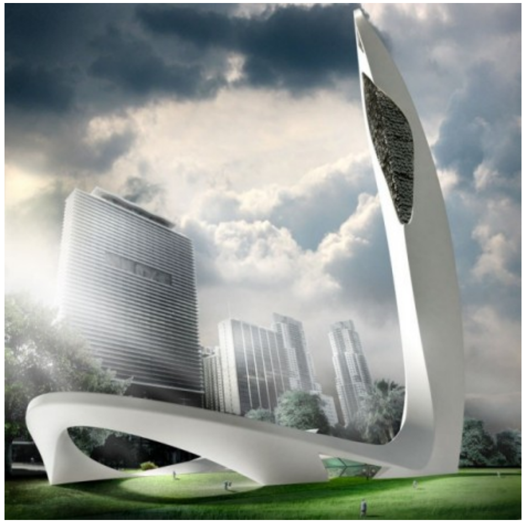
Partie 1: Introduction et vocabulaire



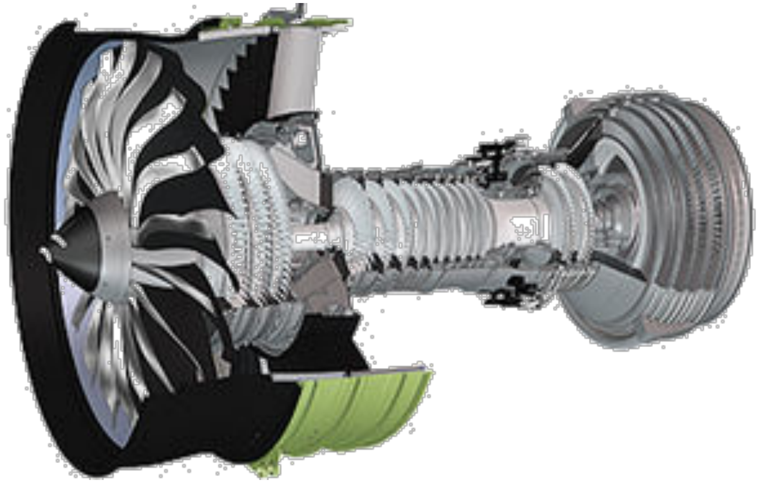
Luc Vervisch *INSA de Rouen Normandie & IUF, CNRS*

1. Objectifs

Energie : Eolien



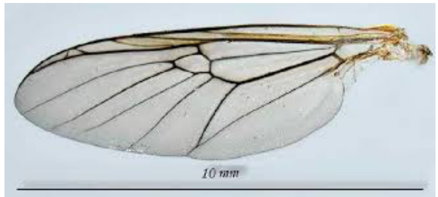
Architecture



Energie : Turbine / Compresseur

Maritime

Vivant



Automobile

Aéronautique

1. Objectifs

- Sans profils optimisés pas de production d'électricité !

1. Objectifs

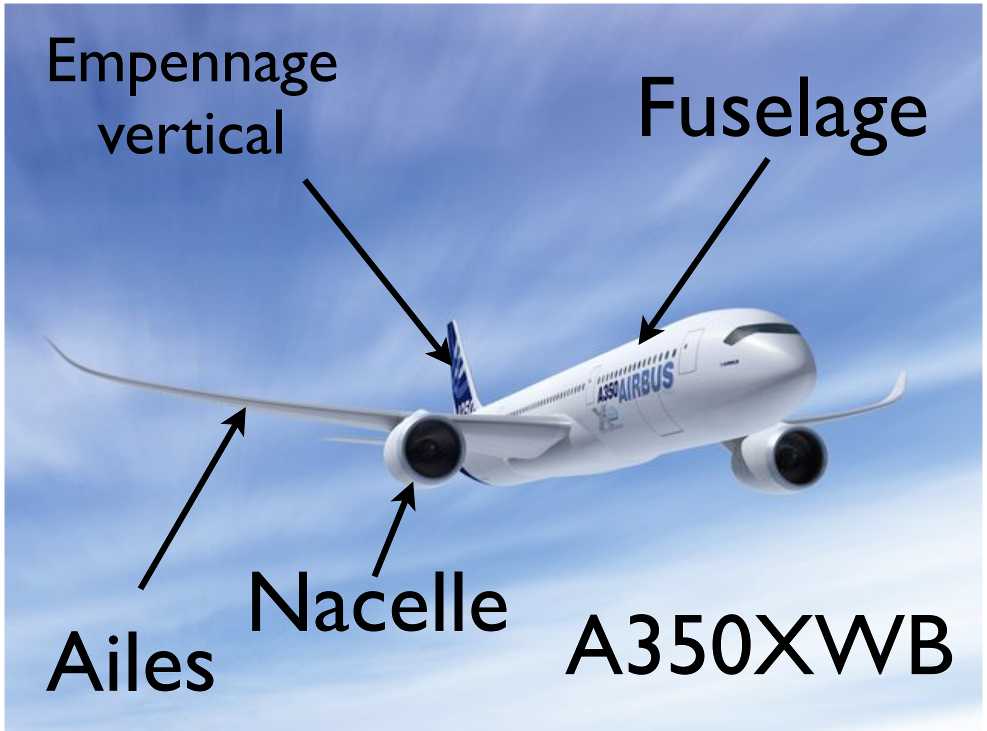
- Cet EC vient clôturer la série de cours de la première année du cycle ingénieur dédiés aux fondamentaux de la mécanique des milieux continus et de ses applications.
- C'est le plus facile des cours de mécanique des fluides, nous allons utiliser des notions de base (forces et moments) pour décrire le comportement aérodynamique des profils.
- Les profils aérodynamique et les notions associées sont présents dans de nombreux secteurs :
  - ✓ Vie animale (oiseaux, insectes, poissons) et bio-engineering ;
  - ✓ Aubages (pompes, turbines, éolien) ;
  - ✓ Maritime (voilure, carène, dérive, hélice, etc.) ;
  - ✓ Automobile (aérodynamique, ventilation, etc.) ;
  - ✓ Aéronautique (aile, dérive, volet, etc.) ;
  - ✓ Architecture (prise au vent, climatisation, etc.).

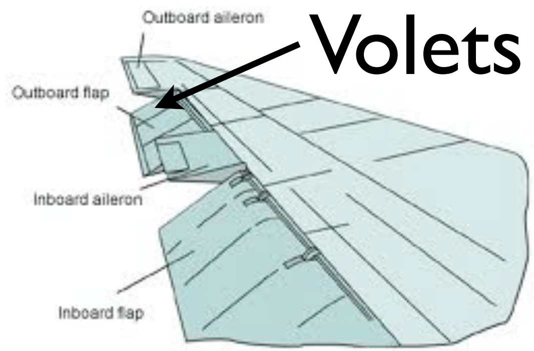
1. Objectifs

- Dans un premier temps, nous allons définir les paramètres qui caractérisent un profil.
- Ensuite, nous reviendrons sur la notion de portance générée par un profil et sur des éléments géométrique simples (dièdre, flèche). Finalement pas aussi simple que cette fameuse accélération sur l'extrados…
- Le formalisme utilisé pour exprimer les efforts et les moments sur un profil sera détaillé avec les notions de finesse, de polaire d'un profil et les points géométriques clés (centre de pression, de poussée et aérodynamique).
- Avec ces éléments en mains, nous pourrons aborder la théorie des profils minces symétriques, puis cambrés.
- Vous serez alors en mesure de calculer les propriétés aérodynamiques de base d'un profil dès que sa forme est connue.
- Ces éléments sont des fondamentaux (i.e., de la culture) utiles, avant d'aborder la conception et l'optimisation des systèmes aérodynamiques par simulation numérique.

1. Objectifs

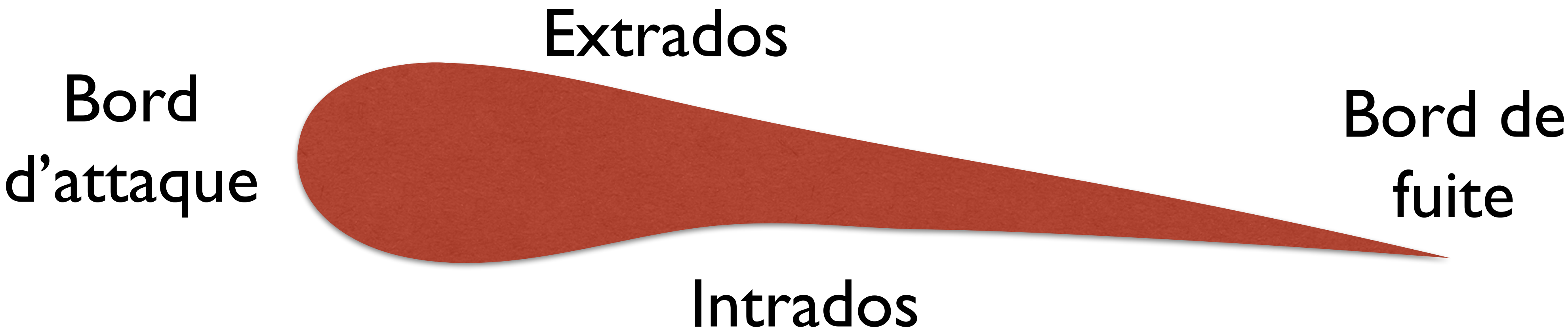
- Les propriétés géométriques 2D/3D d'un profil sont des éléments essentiels.
- Le cours sera illustré en grande partie à travers le contexte aéronautique, parce que tout le monde a vu un avion et parce qu'il est facile de conceptualiser les propriétés géométriques des profils dans ce contexte. Mais en pratique, ce que nous allons voir s'applique à tous les profils.
- L'aéronautique est aussi le secteur qui n'existe pas sans profil d'aile et qui motive une grande diversité dans la forme des profils aérodynamiques. Beaucoup de choses ont été essayées, mais il reste encore à faire et l'aérodynamique appliquée progresse tous les jours !





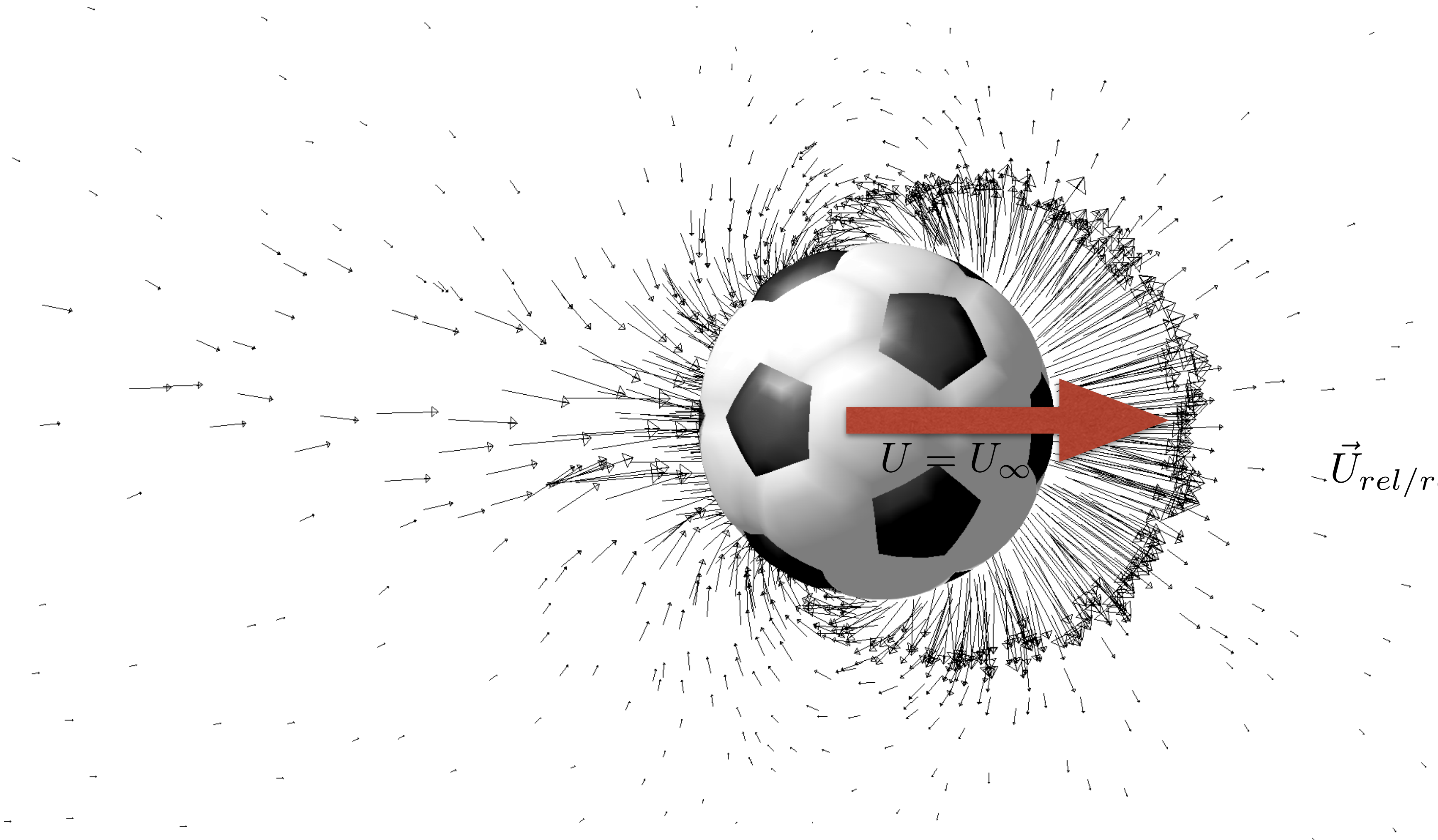
2. Vocabulaire autour d'un profil

- Les profils bénéficient d'un vocabulaire précis et générique qui permet de repérer leurs éléments géométriques :



2. Vocabulaire autour d'un profil

- Nous allons étudier l'écoulement autour d'un profil aérodynamique en déplacement en se plaçant dans le repère du profil (repère en mouvement). $\vec{U}_{abs} = \vec{U}_{rel/rep} + \vec{U}_{rep}$
- Ecoulement dans le repère fixe (repère du laboratoire) :



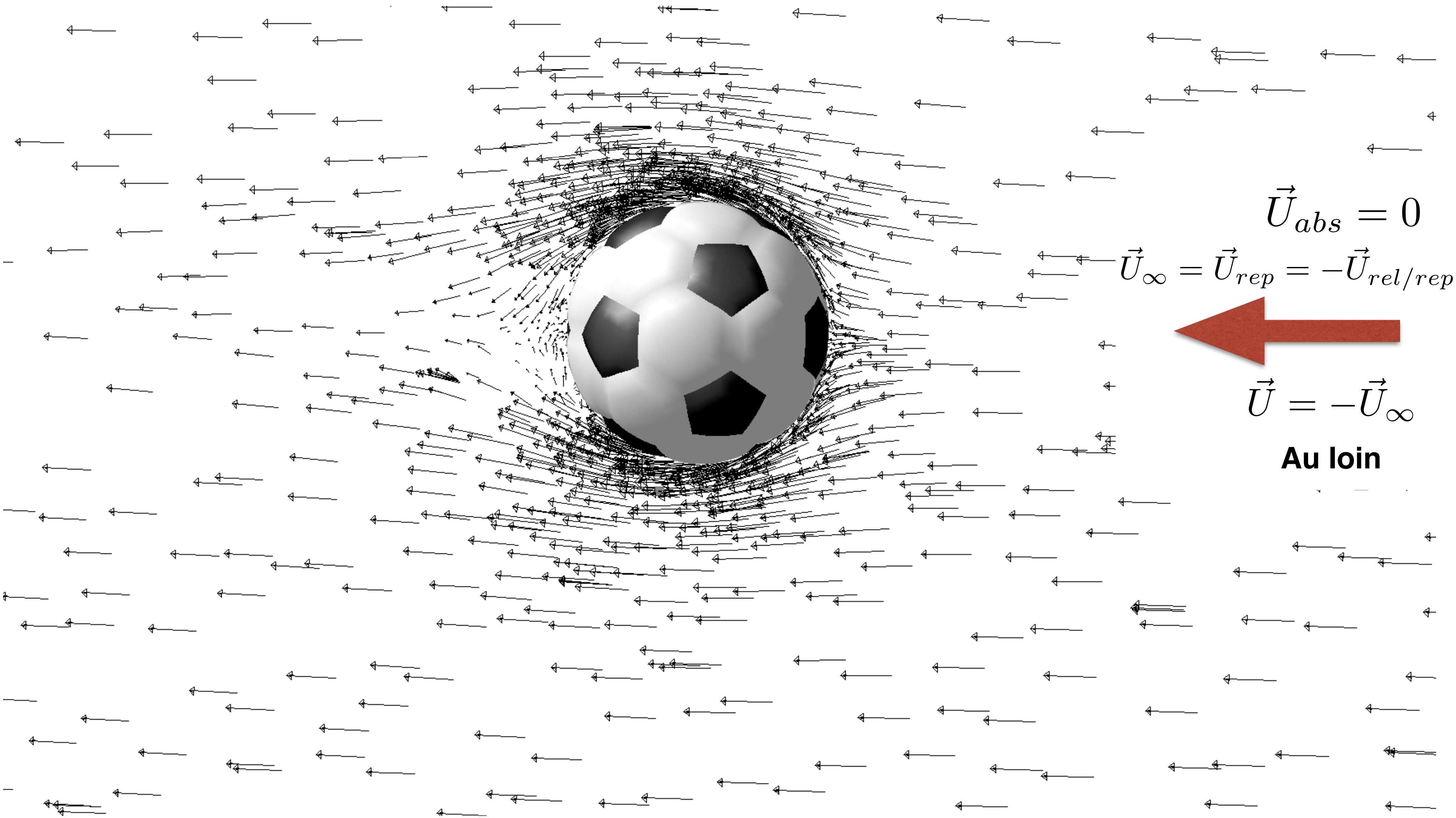
Au loin

$$\vec{U}_{abs} = 0$$

$$\vec{U}_{rel/rep} + \vec{U}_{rep} = 0$$

2. Vocabulaire autour d'un profil

- Ecoulement dans le repère en mouvement $\vec{U}_{abs} = \vec{U}_{rel/rep} + \vec{U}_{rep}$



$$\vec{U}_{abs} = 0$$

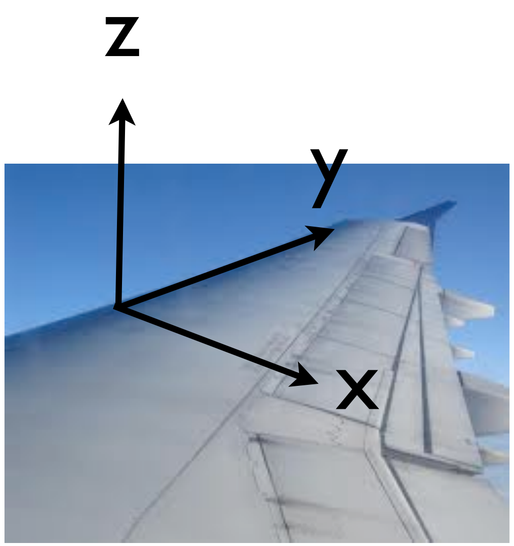
$$\vec{U}_{\infty} = \vec{U}_{rep} = -\vec{U}_{rel/rep}$$

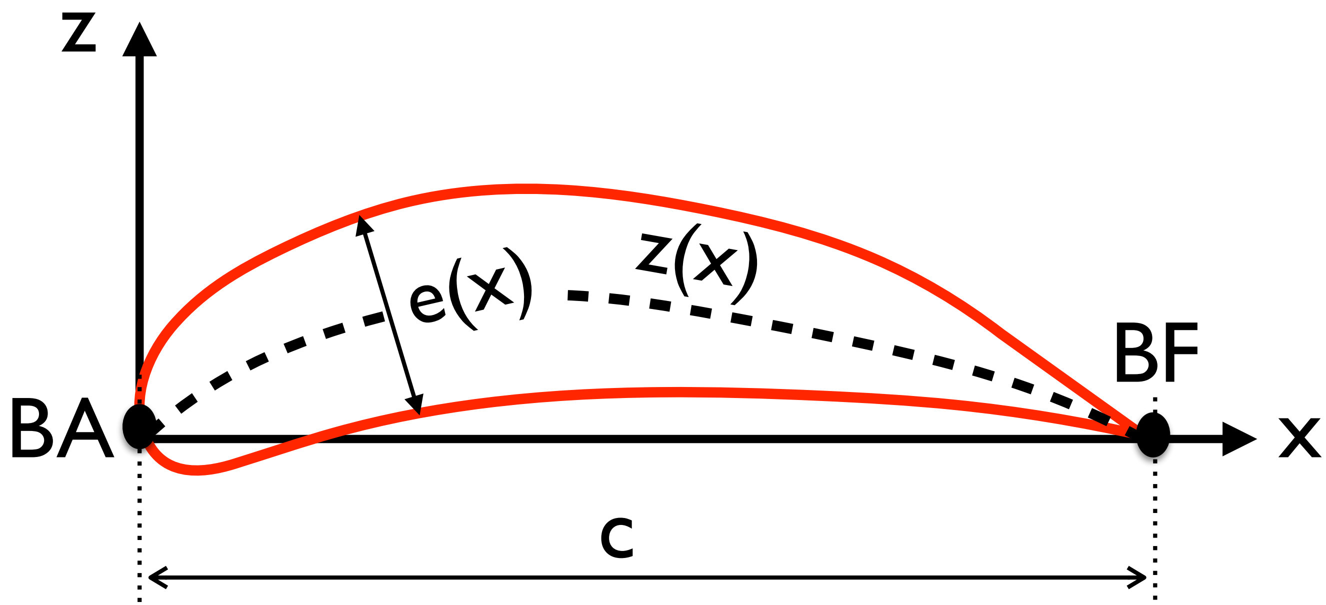
$$\vec{U} = -\vec{U}_{\infty}$$

Au loin

2. Vocabulaire autour d'un profil

- Les profils sont placés dans un repère ou l'axe 'x' relie le bord d'attaque au bord de fuite et l'axe 'z' pointe vers le haut

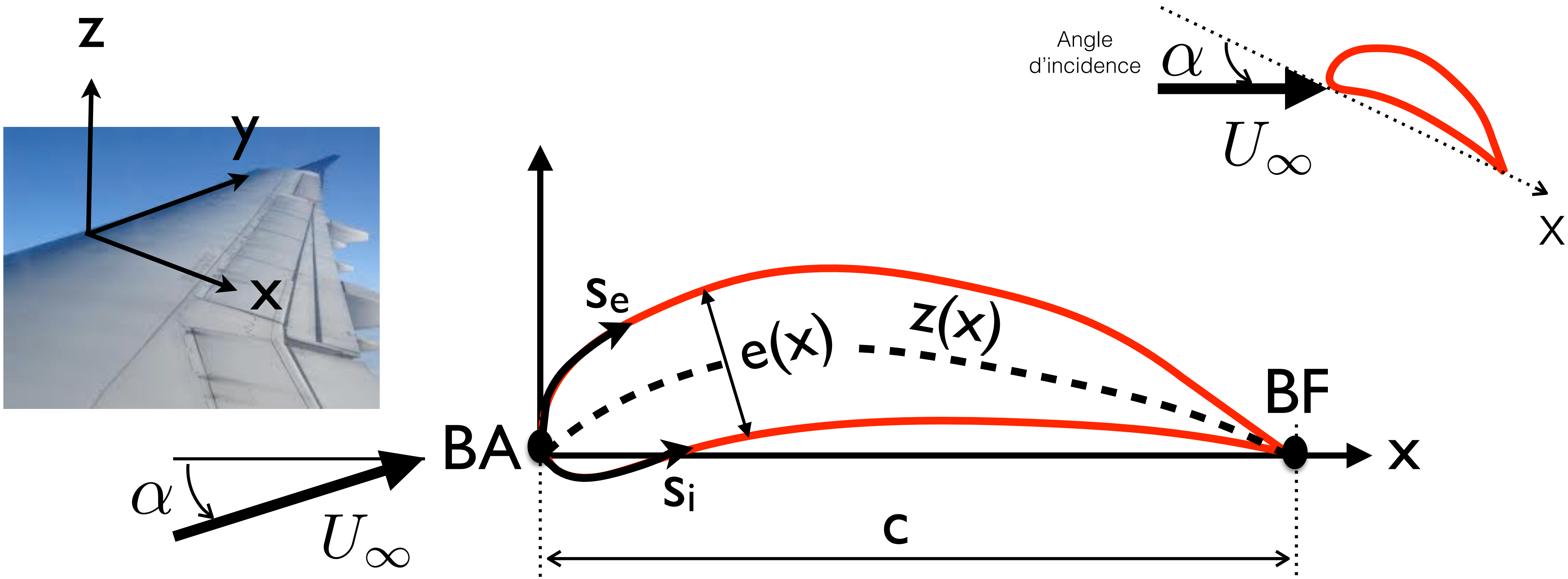




- La corde 'c' est la distance entre le bord d'attaque et le bord de fuite
- z(x) est la ligne de cambrure moyenne ou le squelette du profil
- L'épaisseur e(x) est la distance entre l'extrados et l'intrados

2. Vocabulaire autour d'un profil

- Dans le repère du profil, la vitesse du vent fait un angle alpha avec l'axe 'x'

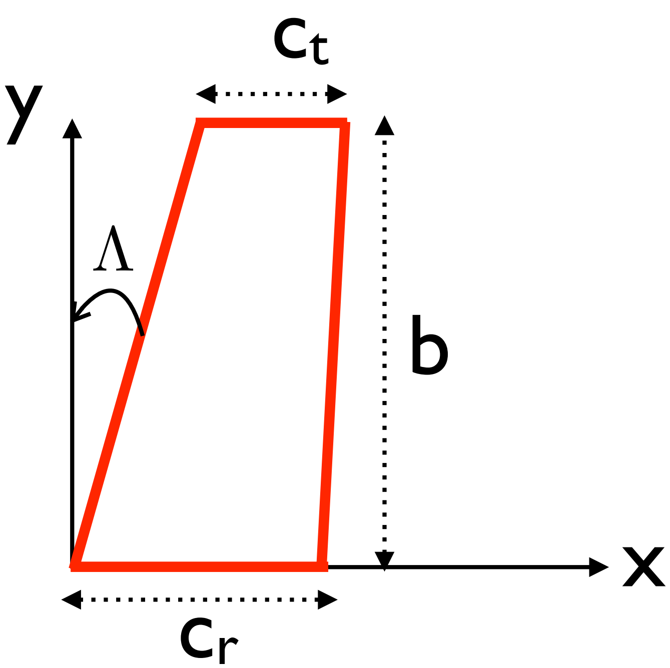


- Les points sur la surface du profil sont repérés à partir d'une abscisse curviligne notée s_e (extrados) et s_i (intrados).

- Attention cette abscise curviligne est comptée positivement en partant de BA vers BF à la fois sur l'extrados et l'intrados (i.e., on ne fait pas le tour de l'extrados vers l'intrados, on repart de BA). Ceci est essentiel pour les signes (±) lors du calcul des efforts.

2. Vocabulaire autour d'un profil

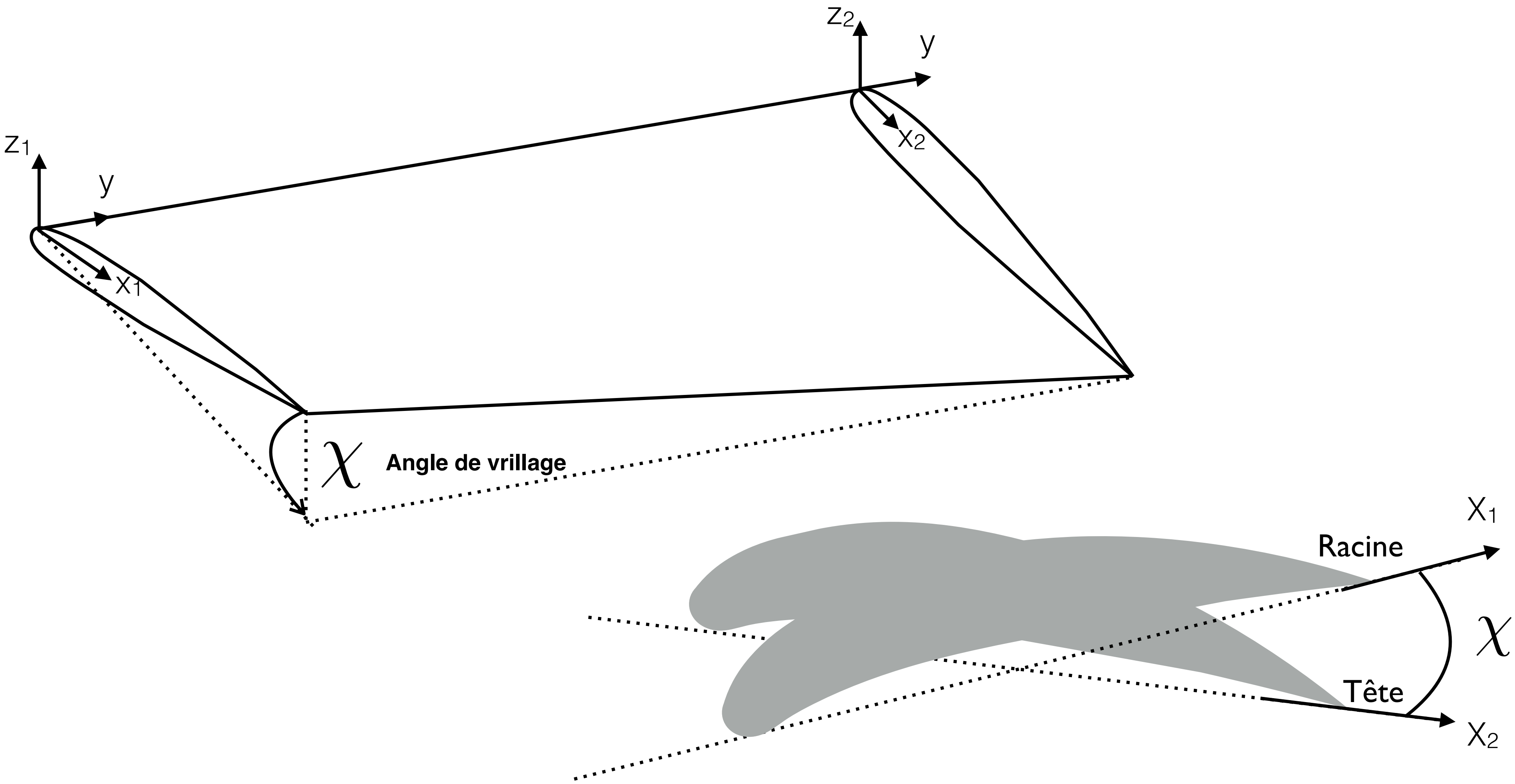
Dans un profil 3D, la corde n'est pas toujours constante et la ligne du bord d'attaque présente souvent un angle lambda non nul vis-à-vis de l'axe y attaché au profil à sa racine



- La distance entre les deux extrémités du profil c'est l'envergure, notée 'b'
- La corde au pied (y = 0) ou à la racine du profil est notée 'c_r'
- La corde en tête (y = b) ou à l'extrémité du profil est notée 'c_t'
- L'angle lambda est appelé la flèche du profil

2. Vocabulaire autour d'un profil

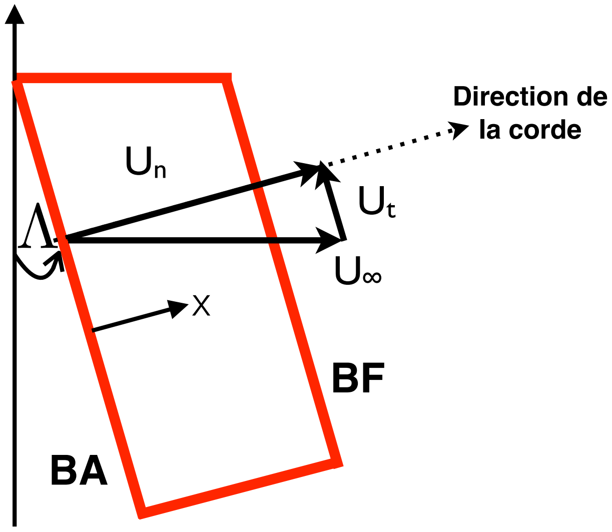
- Un profil 3D présente souvent un vrillage pour optimiser le comportement de l'écoulement dans la troisième direction (i.e., les profils 3D sont rarement un simple profil 2D extrudé dans la troisième direction).
- En aéronautique, l'angle de vrillage n'excède généralement pas 5°.

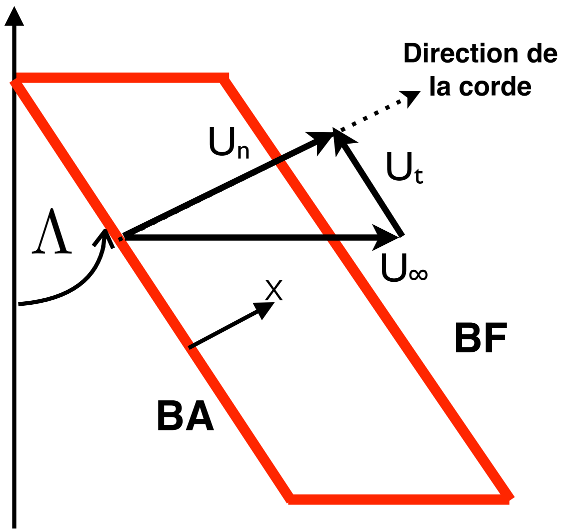


2. Vocabulaire autour d'un profil

- Le centre de pression, ou centre de poussée est le point d'application de la résultante des forces aérodynamiques sur la corde du profil. Le moment des efforts aérodynamiques à ce point est donc nul.
- Le centre aérodynamique est le point pour lequel le moment de la résultante des forces est indépendant de l'angle d'incidence.
- Ces points jouent un rôle essentiel lors du dimensionnement de la structure qui porte le profil pour en transmettre les efforts.

3. Impact des paramètres géométriques 3D





- La flèche (angle entre l'axe 'y_r' à la racine et la ligne du BA) influe sur la distribution du champ de vitesse sur le profil 3D, en particulier quand le profil tourne dans le champ de vitesse incident.

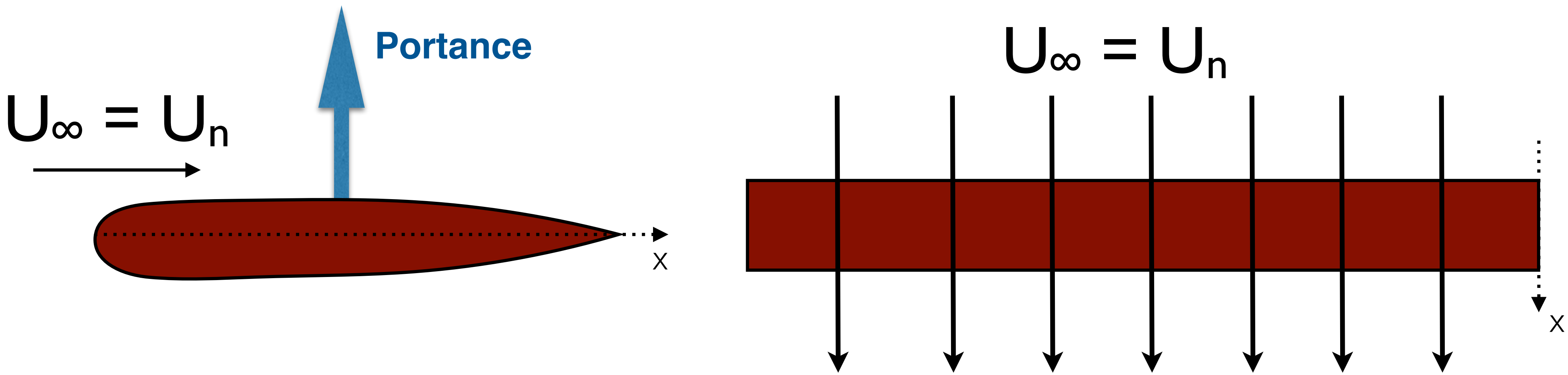
- Nous allons voir plus loin que l'amplitude des efforts, par exemple la portance, dépend directement de la composante de la vitesse dans la direction de la corde portée par la direction 'x' au point du BA considéré sur le profil 3D.

- On note U_n la composante de la vitesse dans la direction de la corde au point du BA considéré, donc dans la direction normale à la ligne du BA, et Ut la composante dans la direction de la ligne du BA. Pour une vitesse incidente donnée, l'amplitude de U_n dépende de l'angle de flèche.

3. Impact des paramètres géométriques 3D

- Pour une flèche nulle et en trajectoire rectiligne, toute l'amplitude de la vitesse est sur la composante normale : la portance, l'effort dans la direction perpendiculaire au profil, sera maximale.

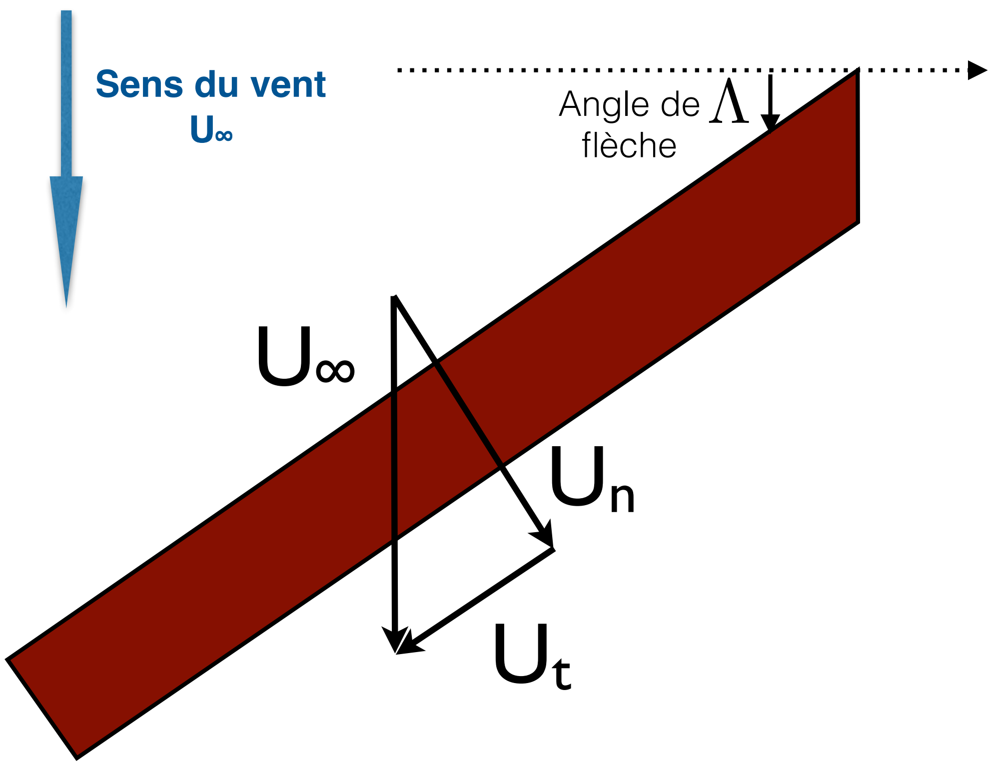
- Cet effort généré par le profil (turbine, aile, etc.) est ensuite transmis à la structure qui maintient le profil



Vue de côté **Vue de dessus**

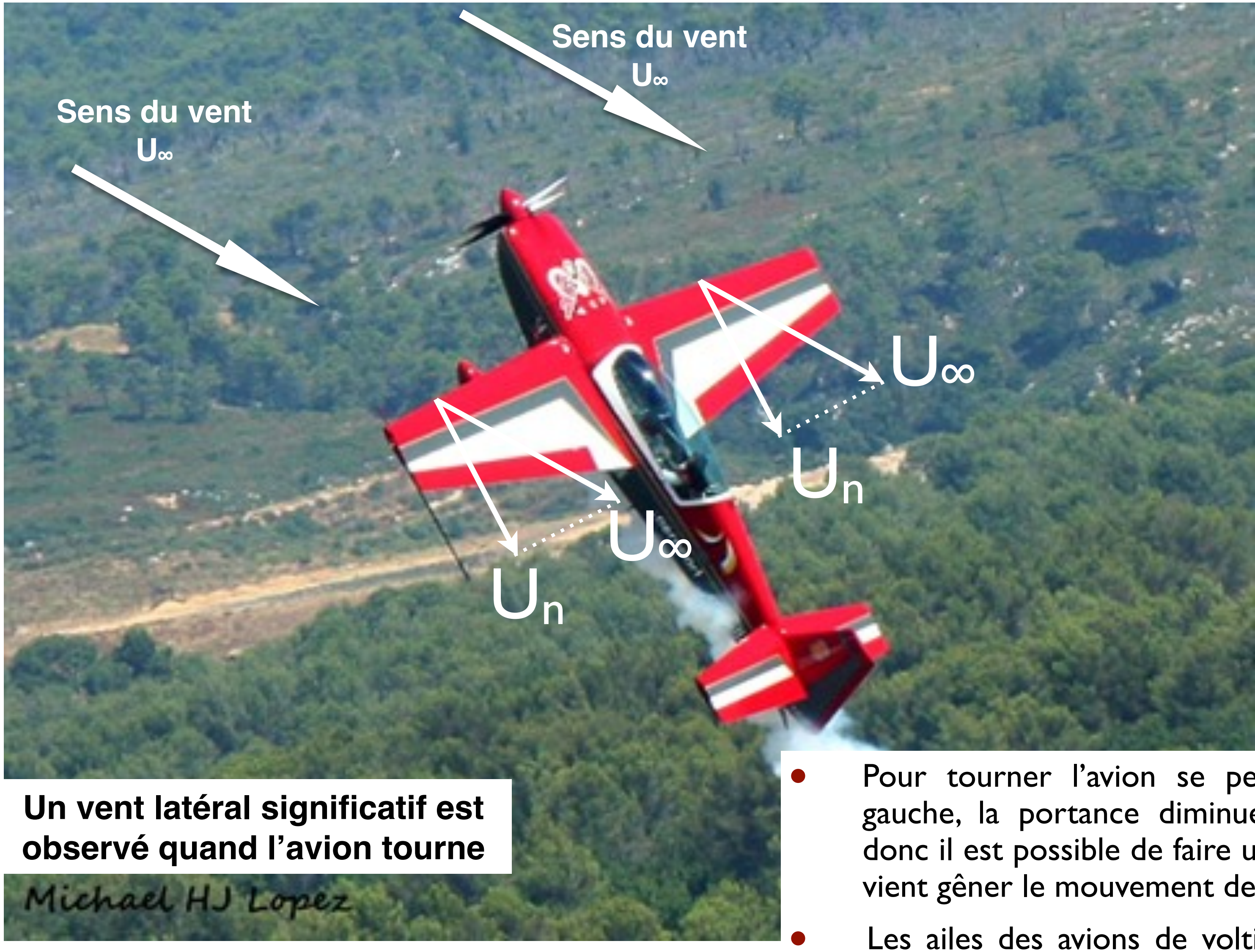
3. Impact des paramètres géométriques 3D

- Pour une flèche non-nulle et en trajectoire rectiligne, la composante normale de la vitesse est réduite, donc la portance est aussi réduite



3. Impact des paramètres géométriques 3D

- Sans flèche, en présence de vent latéral, la composante normale est diminuée sur les deux parties d'une voilure :

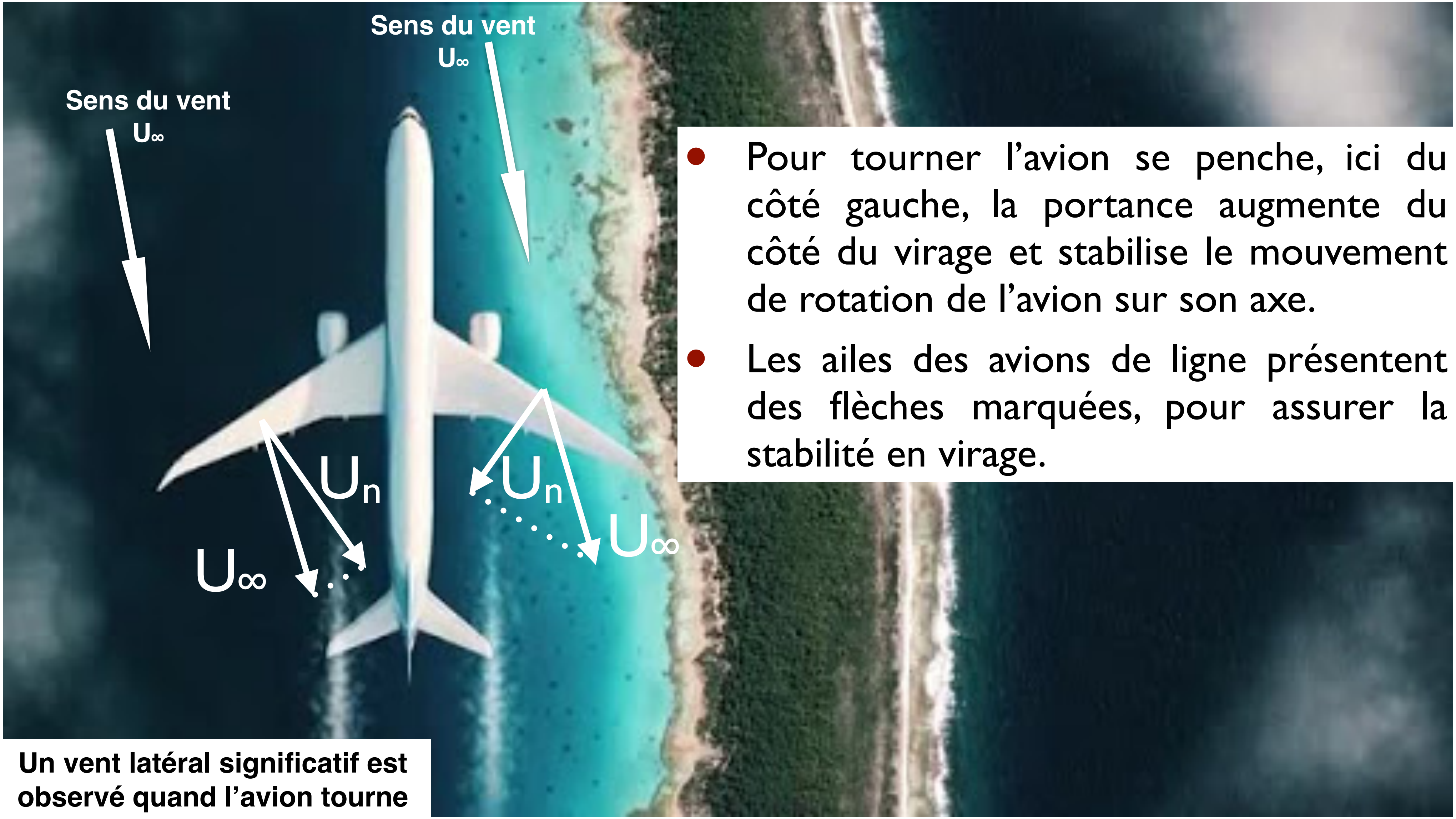


Un vent latéral significatif est observé quand l'avion tourne

- Pour tourner l'avion se penche, ici du côté gauche, la portance diminue des deux côtés, donc il est possible de faire un tonneau. Rien ne vient gêner le mouvement de rotation
- Les ailes des avions de voltige présentent des flèches quasi-nulles.

3. Impact des paramètres géométriques 3D

- Avec flèche, en présence de vent latéral, la composante normale est plus grande du côté du virage :

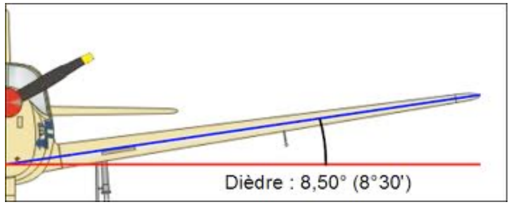


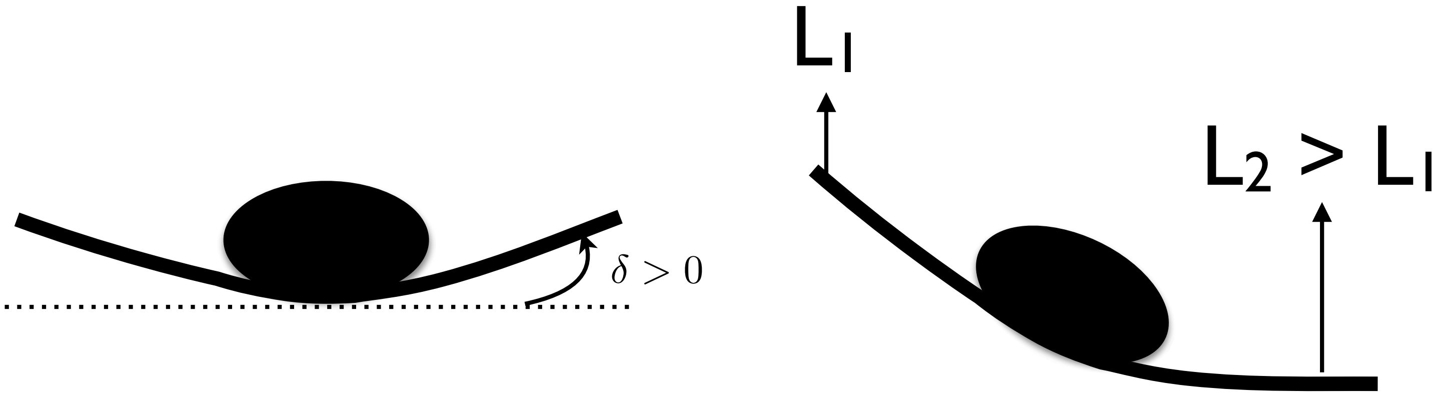
- Pour tourner l'avion se penche, ici du côté gauche, la portance augmente du côté du virage et stabilise le mouvement de rotation de l'avion sur son axe.
- Les ailes des avions de ligne présentent des flèches marquées, pour assurer la stabilité en virage.

Un vent latéral significatif est observé quand l'avion tourne

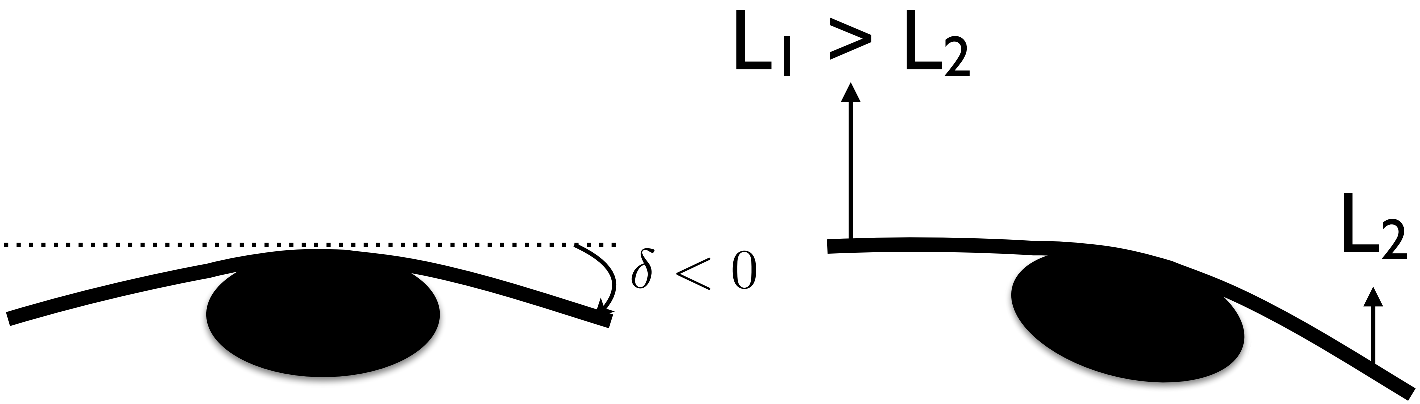
3. Impact des paramètres géométriques 3D

- Le dièdre, angle entre l'horizontale et la ligne du BA, joue un rôle similaire, l'aile horizontale voit sa portance augmenter :





Un dièdre positif augmente la stabilité



Un dièdre négatif augmente la maniabilité

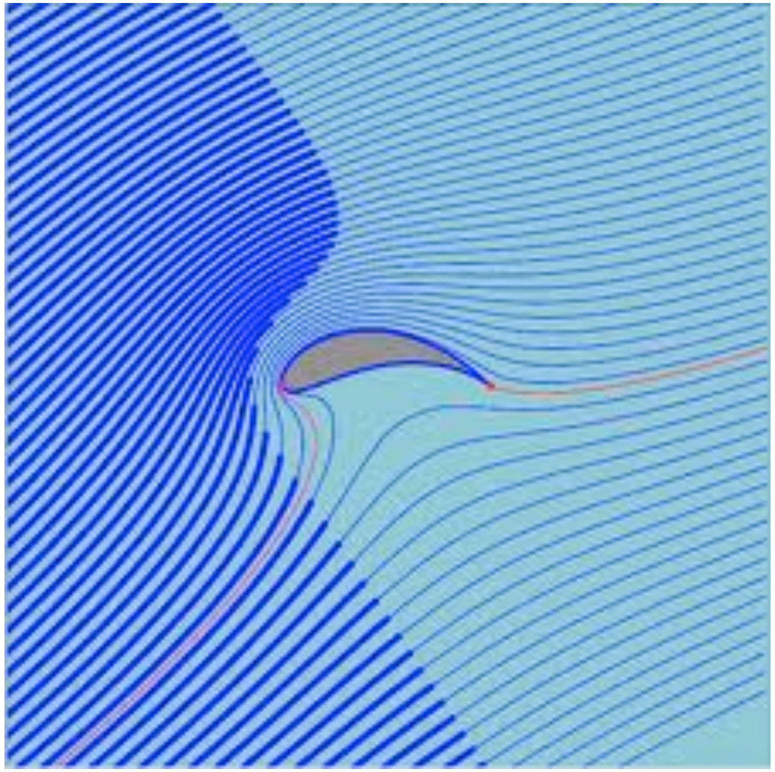
3. Impact des paramètres géométriques 3D

Stable

Maniable

Introduction à l'Aérodynamique et à la Théorie des Profils

Partie 2 : La portance



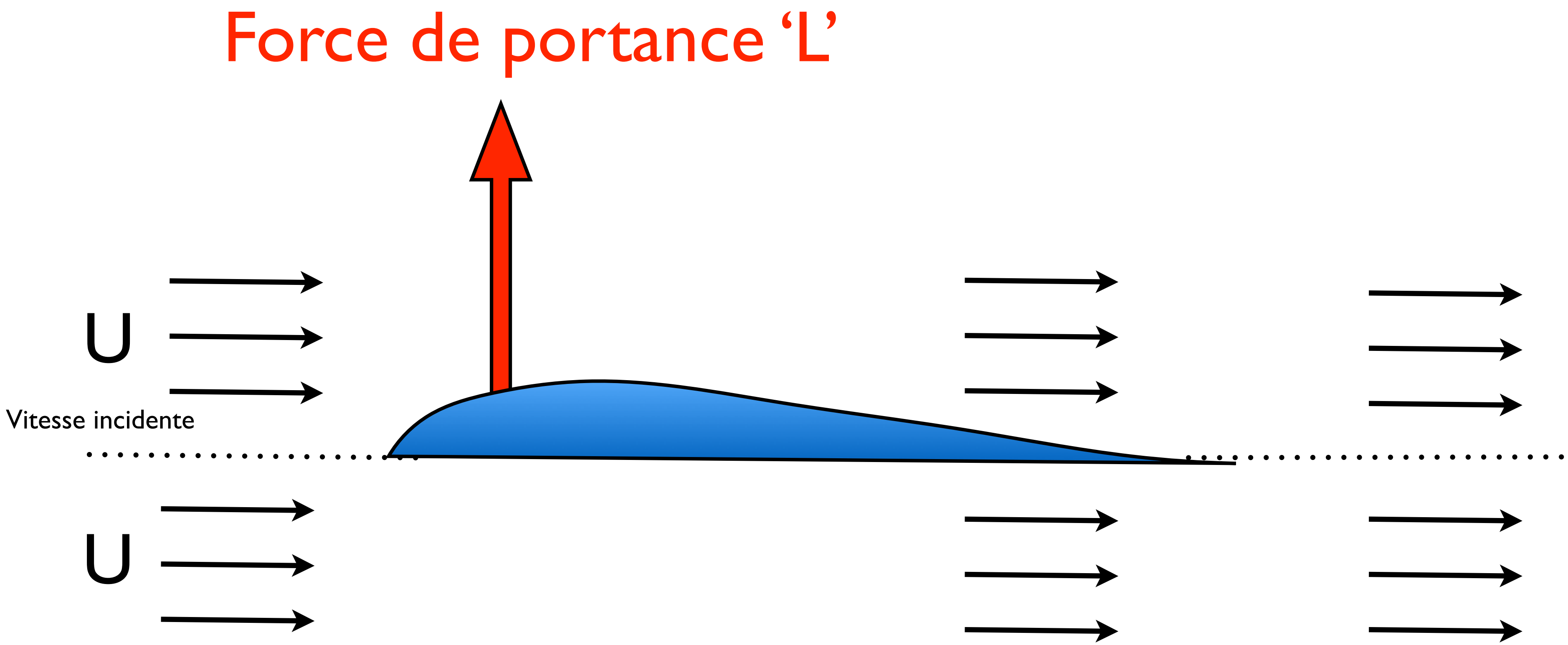
Luc Vervisch *INSA de Rouen Normandie & IUF, CNRS*

4. La portance, comment ça marche ?

"It's easy to explain how a rocket works, but explaining how a wing works takes a rocket scientist"

Philippe Spalart (Boeing)

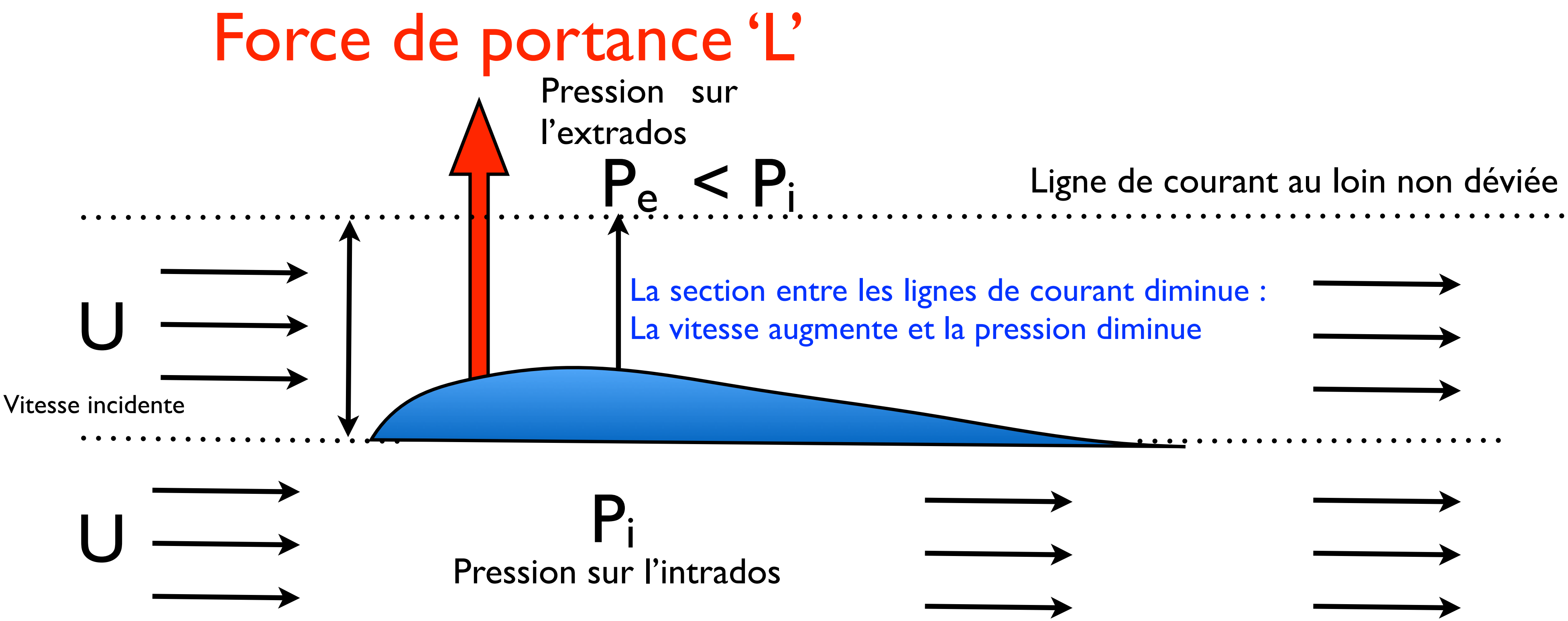
4. La portance, comment ça marche ?



4. La portance, comment ça marche ?

La version 'grand public' :

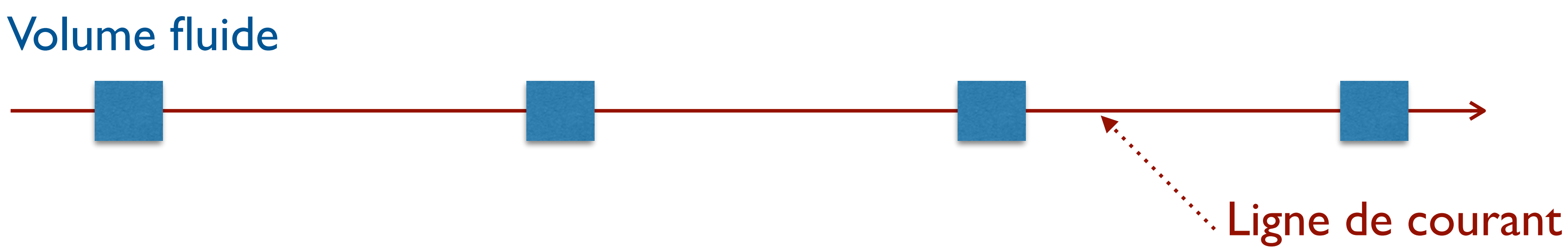
- Globalement dans un écoulement, les zones en accélération sont aussi les zones où la pression est la plus faible. Les profils sont organisés tels que la pression dans l'écoulement sur l'extrados est plus faible que la pression dans l'écoulement au voisinage de l'intrados.



4. La portance, comment ça marche ?

- Cette baisse de la pression avec une accélération sur l'extrados est bien observée sur les profils portants, mais d'autres mécanismes sont aussi à l'oeuvre.
- Les profils à forte portance présentent une forte courbure (voir la courbure marquée des ailes des oiseaux ou le déploiement des ailes des avions à l'atterrissage pour gagner en portance à faible vitesse). La courbure des lignes de courant contribue donc aussi à la portance.
- Supposons que la gravité ne joue pas (écoulement quasi-horizontal) et que les effets visqueux soient faibles devant la dynamique.
- Les forces exercées sont alors limitées aux forces de pression.

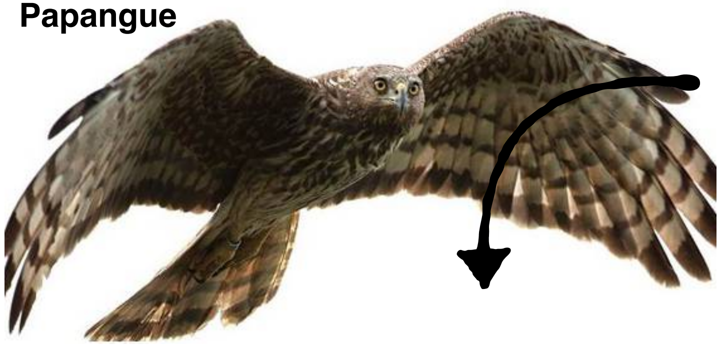
Pour une ligne de courant uniforme en amont du profil



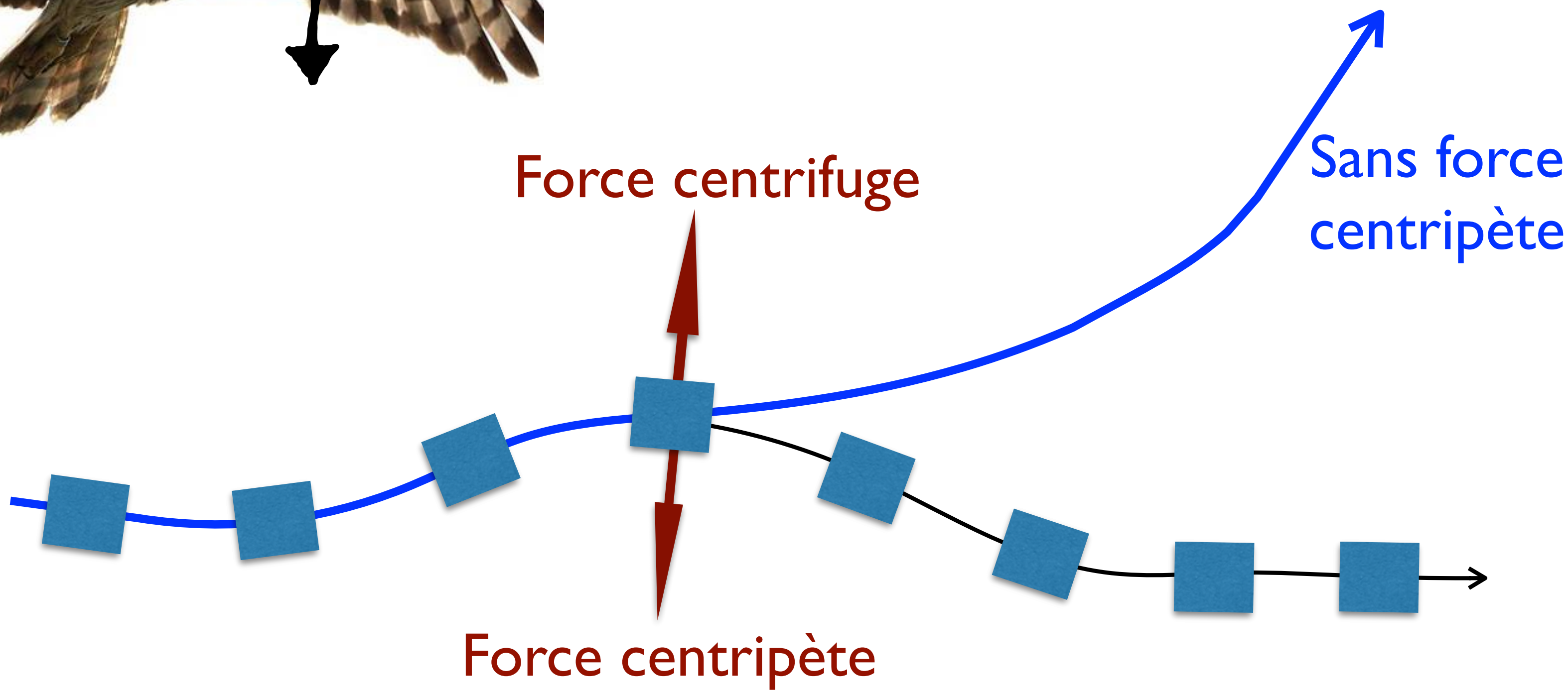
D'après la seconde loi de Newton (principe fondamental de la dynamique), quand la pression est uniforme (seule source de force ici considérée), la vitesse du volume fluide est constante, comme observé en amont du profil.

4. La portance, comment ça marche ?

Papangue



- La ligne de courant suit la courbure de l'aile

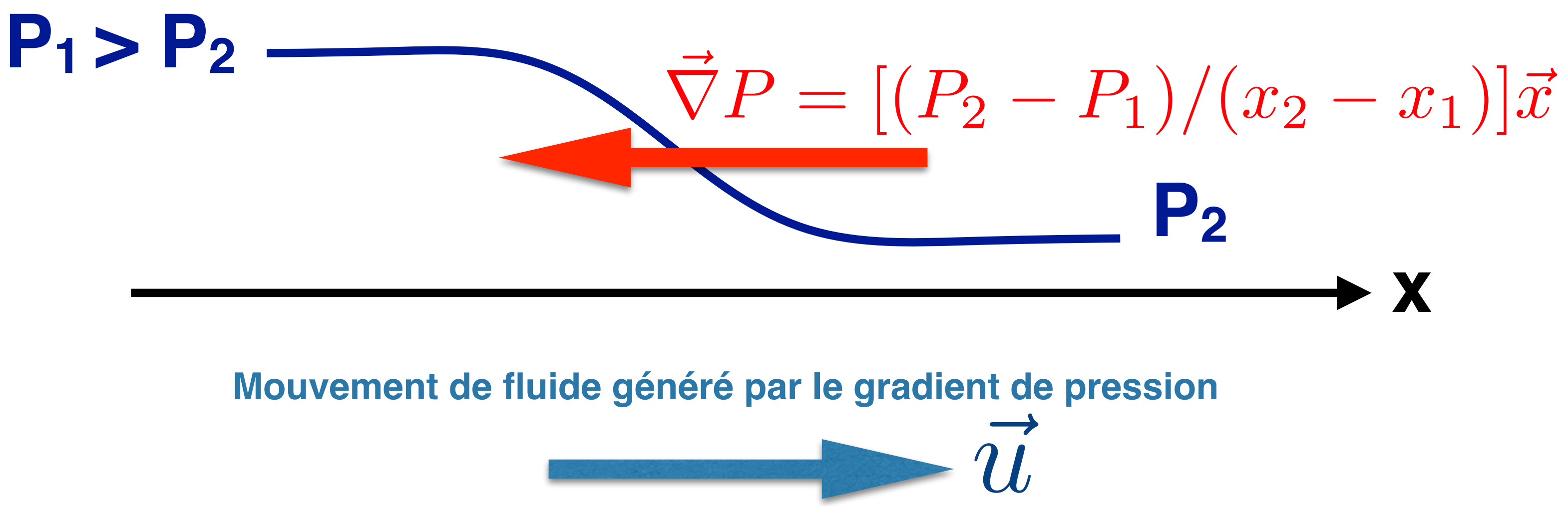


D'après les lois de la mécanique, le volume de fluide qui se déplace le long d'une ligne de courant courbée est soumis à une force centrifuge, qui est équilibrée localement à travers une force centripète (sinon la ligne de courant serait éjectée).

4. La portance, comment ça marche ?

- La force exercée sur un élément de fluide par une différence de pression est dans le sens opposé du gradient de pression :

$$\frac{dP}{dx} = \frac{P_2 - P_1}{x_2 - x_1} < 0$$

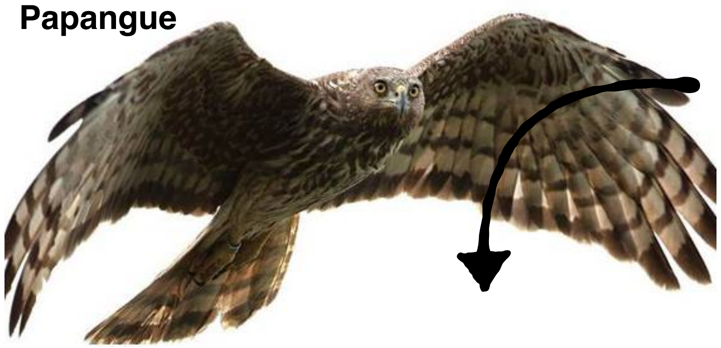


$$\rho u \frac{du}{dx} = - \frac{dP}{dx}$$

Accélération

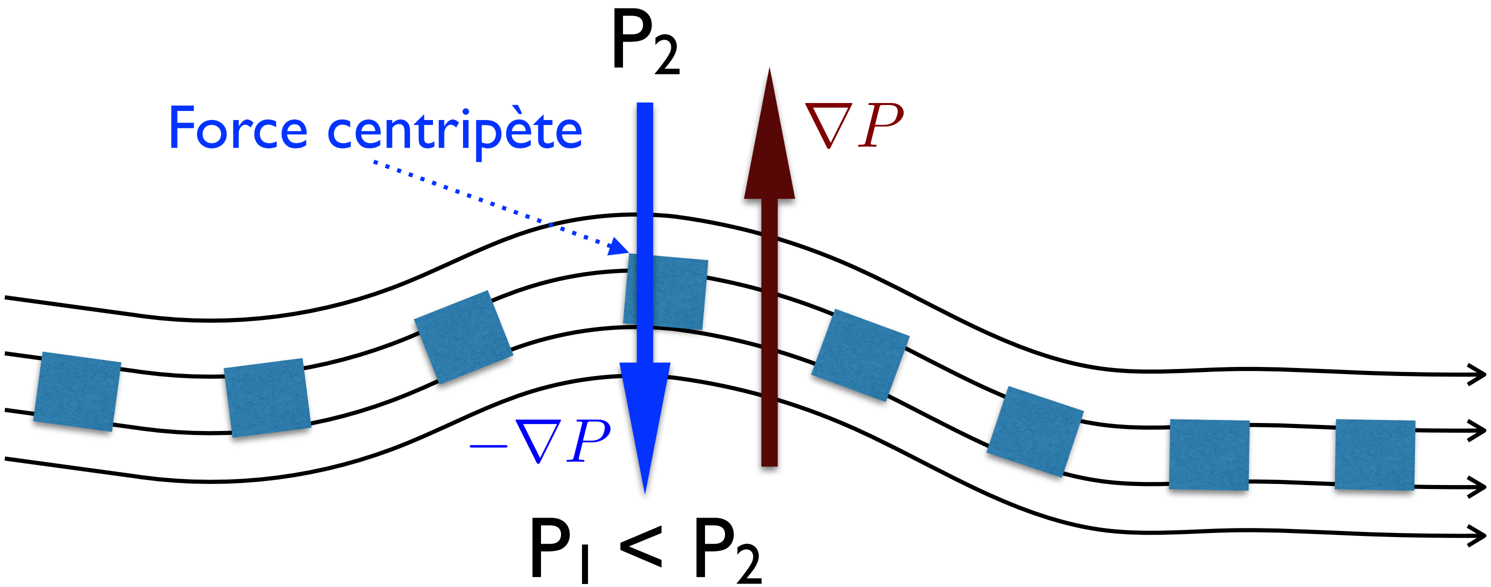
Force dans le sens opposé du gradient

4. La portance, comment ça marche ?



- La ligne de courant suit la courbure

En première approximation, la force de pression domine la dynamique (devant les forces de viscosité et la force de gravité), donc la force centripète qui équilibre la force centrifuge est liée à une différence de pression.



La force de pression est dans le sens opposé du gradient de pression, donc la pression a diminuée du côté concave (dessous) par rapport au côté convexe (dessus)

4. La portance, comment ça marche ?

- Pourquoi la pression baisse du côté concave dans un écoulement courbé ?
- Courbure implique rotation, donc il faut jouer avec le rotationnel pour comprendre…
- Petit rappels d'analyse vectorielle : $\vec{a} = a_1\vec{x}_1 + a_2\vec{x}_2 + a_3\vec{x}_3 = a_i\vec{x}_i$ $\vec{b} = b_1\vec{x}_1 + b_2\vec{x}_2 + b_3\vec{x}_3 = b_i\vec{x}_i$

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} \vec{a} \wedge \vec{b} &= (a_2b_3 - a_3b_2)\vec{x}_1 + (a_3b_1 - a_1b_3)\vec{x}_2 + (a_1b_2 - a_2b_1)\vec{x}_3 \\ &= \epsilon_{ijk}a_jb_k\vec{x}_i \end{aligned}$$

- Le symbol de Levi-Civita ϵ_{ijk} est égal à l'unité si i-j-k est une permutation paire de 1-2-3, est égal à -1 pour une permutation impaire et est égal à zéro si deux indices sont égaux.
- Permutations paires : 123, 312, 231 et impaires : 132, 321, 213
- Les relations suivantes sont aussi utiles :

$$\epsilon_{ijk}\epsilon_{lmn} = \delta_{il}\delta_{jm}\delta_{kn} + \delta_{im}\delta_{jn}\delta_{kl} + \delta_{in}\delta_{jl}\delta_{km} - \delta_{il}\delta_{jn}\delta_{km} - \delta_{in}\delta_{jm}\delta_{kl} - \delta_{im}\delta_{jl}\delta_{kn}$$

$$\epsilon_{ijk}\epsilon_{ilm} = \delta_{j\ell}\delta_{km} - \delta_{jm}\delta_{k\ell}$$

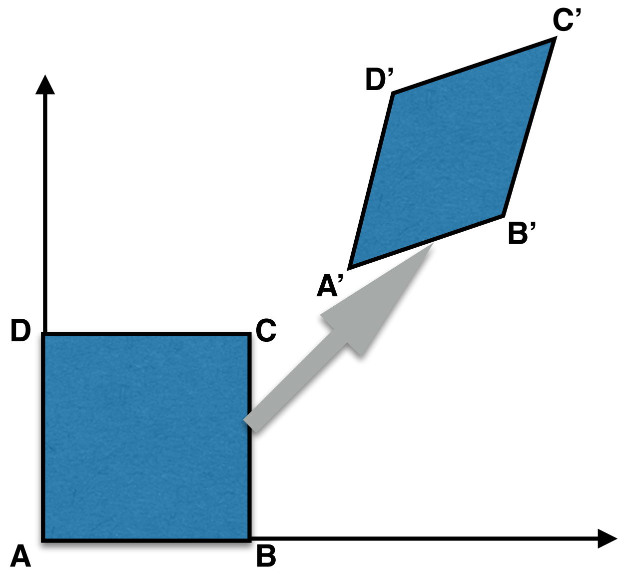
4. La portance, comment ça marche ?

- D'après le cours de MMC, un milieu continu est soumis à trois types de transformations :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$$ Compression ou dilatation

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$$ Déformation angulaire

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$$ Rotation



- Le rotationnel du vecteur vitesse informe sur le taux de rotation de l'écoulement

$$\begin{aligned}
\vec{w} = \vec{\nabla} \wedge \vec{u} &= \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_2} - \frac{\partial u_2}{\partial x_3}\right)\vec{x}_1 + \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3} - \frac{\partial u_3}{\partial x_1}\right)\vec{x}_2 + \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1} - \frac{\partial u_1}{\partial x_2}\right)\vec{x}_3 \\
&= -\epsilon_{ijk}(2\Omega_{jk})\vec{x}_i \\
&= \epsilon_{ijk}\frac{\partial u_k}{\partial x_j}\vec{x}_i
\end{aligned}$$

Deuxième égalité obtenue en applicant la définition du produit vectoriel

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = \epsilon_{ijk} a_j b_k \vec{x}_i$$

4. La portance, comment ça marche ?

- La conservation de la quantité de mouvement s'écrit en stationnaire avec l'hypothèse que la force de pression domine :

$$u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i}$$

Convection **Gradient pression**

En notation symbolique

$$\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla P$$

- Le terme convectif est réorganisé pour faire apparaître la rotation (Omega_ij)

$$\begin{aligned} u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} &= u_j \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + u_j \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \\ &= 2 u_j \Omega_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{u_j u_j}{2} \right) \end{aligned}$$

4. La portance, comment ça marche ?

- En utilisant les relations ci-dessus :

$$
\begin{aligned}
2u_j\Omega_{ij}\vec{x}_i = u_j\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\vec{x}_i \quad &= \quad -\left(\delta_{i\ell}\delta_{jm} - \delta_{im}\delta_{j\ell}\right)u_j\frac{\partial u_m}{\partial x_\ell}\vec{x}_i \\
&\stackrel{\epsilon_{ijk}\epsilon_{ilm} = \delta_{j\ell}\delta_{km} - \delta_{jm}\delta_{k\ell}}{=} \quad -\epsilon_{kij}\epsilon_{klm}u_j\frac{\partial u_m}{\partial x_\ell}\vec{x}_i \\
&= \quad -\epsilon_{ijk}\epsilon_{klm}u_j\frac{\partial u_m}{\partial x_\ell}\vec{x}_i \\
&= \quad -\epsilon_{ijk}(u_j)\left(\epsilon_{klm}\frac{\partial u_m}{\partial x_\ell}\right)\vec{x}_i \\
&\stackrel{\vec{a}\wedge\vec{b} \;=\; \epsilon_{ijk}a_jb_k\vec{x}_i}{=} \quad -\vec{u}\wedge\left(\vec{\nabla}\wedge\vec{u}\right)\cdot\vec{x}_i \\
&= \quad -\left(\vec{u}\wedge\vec{w}\right)\cdot\vec{x}_i = \left(\vec{w}\wedge\vec{u}\right)\cdot\vec{x}_i
\end{aligned}
$$

4. La portance, comment ça marche ?

- En remplaçant le terme convectif par son expression fonction du rotationnel dans le bilan de quantité de mouvement

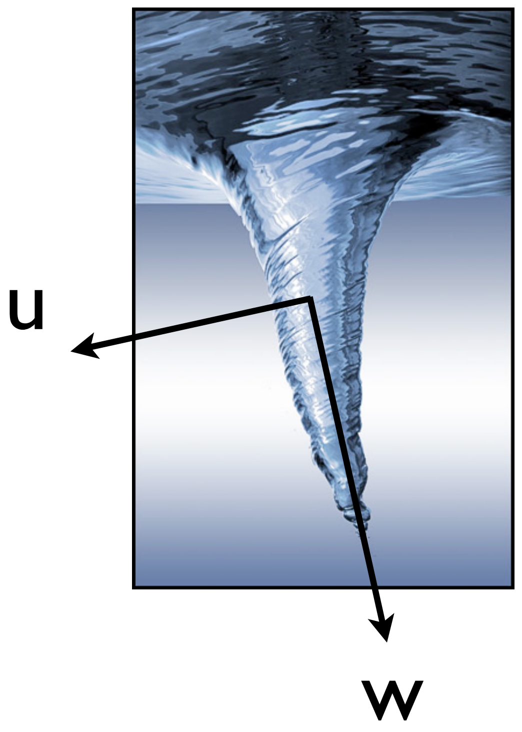
$$\mathbf{u}\cdot\nabla\mathbf{u} = \mathbf{w}\wedge\mathbf{u} + \nabla(\mathbf{u}\cdot\mathbf{u})/2 = -\frac{1}{\rho}\nabla P$$

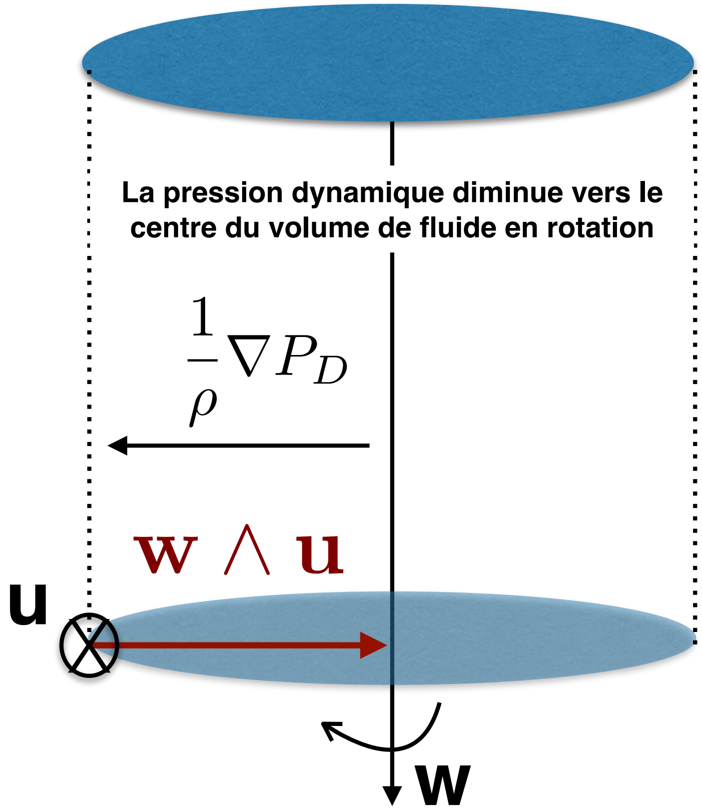
$$\mathbf{w}\wedge\mathbf{u} = -\frac{1}{\rho}\nabla\left(\underbrace{P + \frac{1}{2}\rho\mathbf{u}\cdot\mathbf{u}}_{P_D}\right) + \underbrace{\frac{1}{2}\mathbf{u}\cdot\mathbf{u}\frac{\nabla\rho}{\rho}}_{\text{petit devant } \frac{1}{\rho}\nabla P_D} = -\frac{1}{\rho}\nabla P_D$$

4. La portance, comment ça marche ?

- Appliquée à un écoulement en rotation :

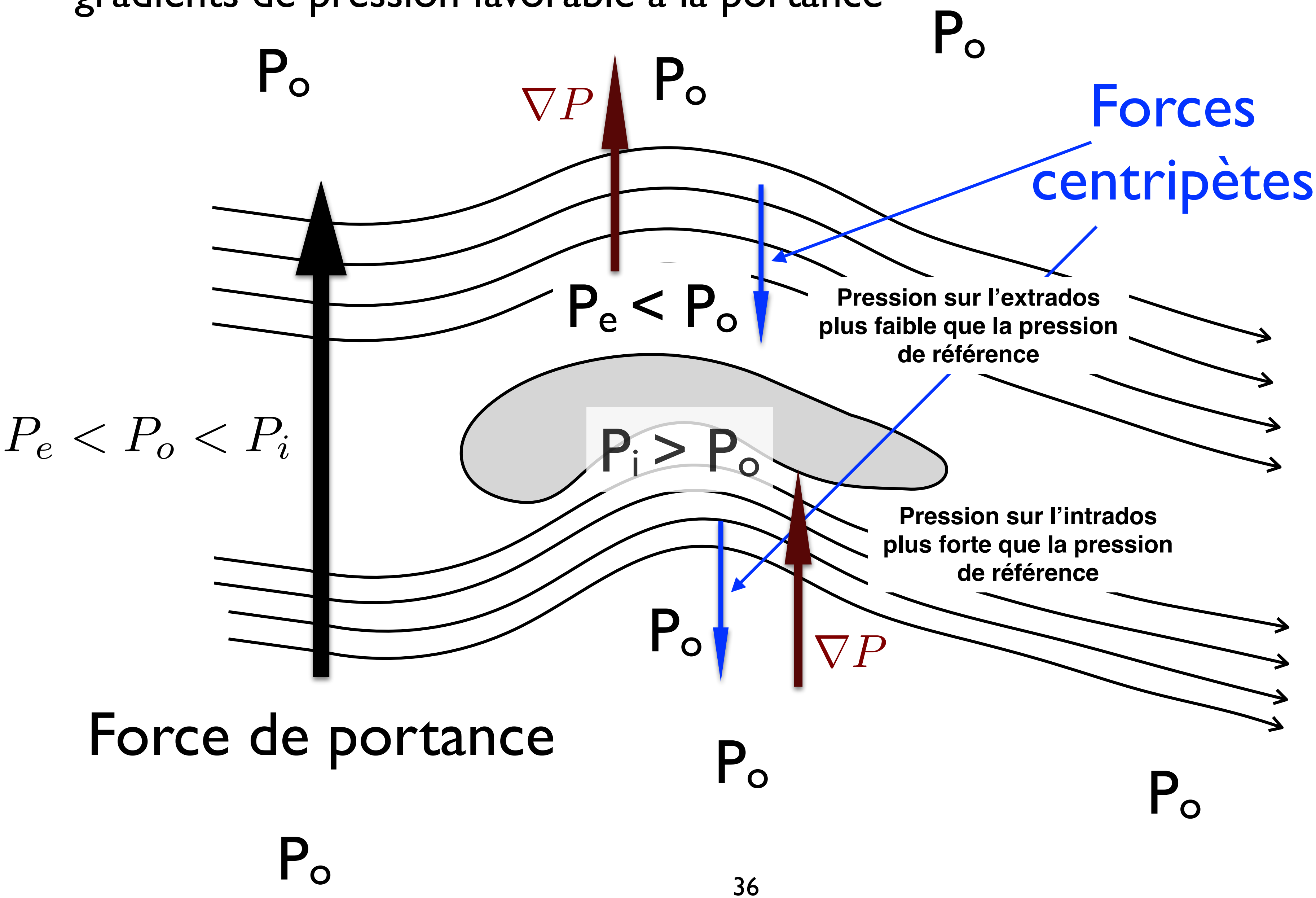
$$\mathbf{w} \wedge \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho}\nabla P_D$$





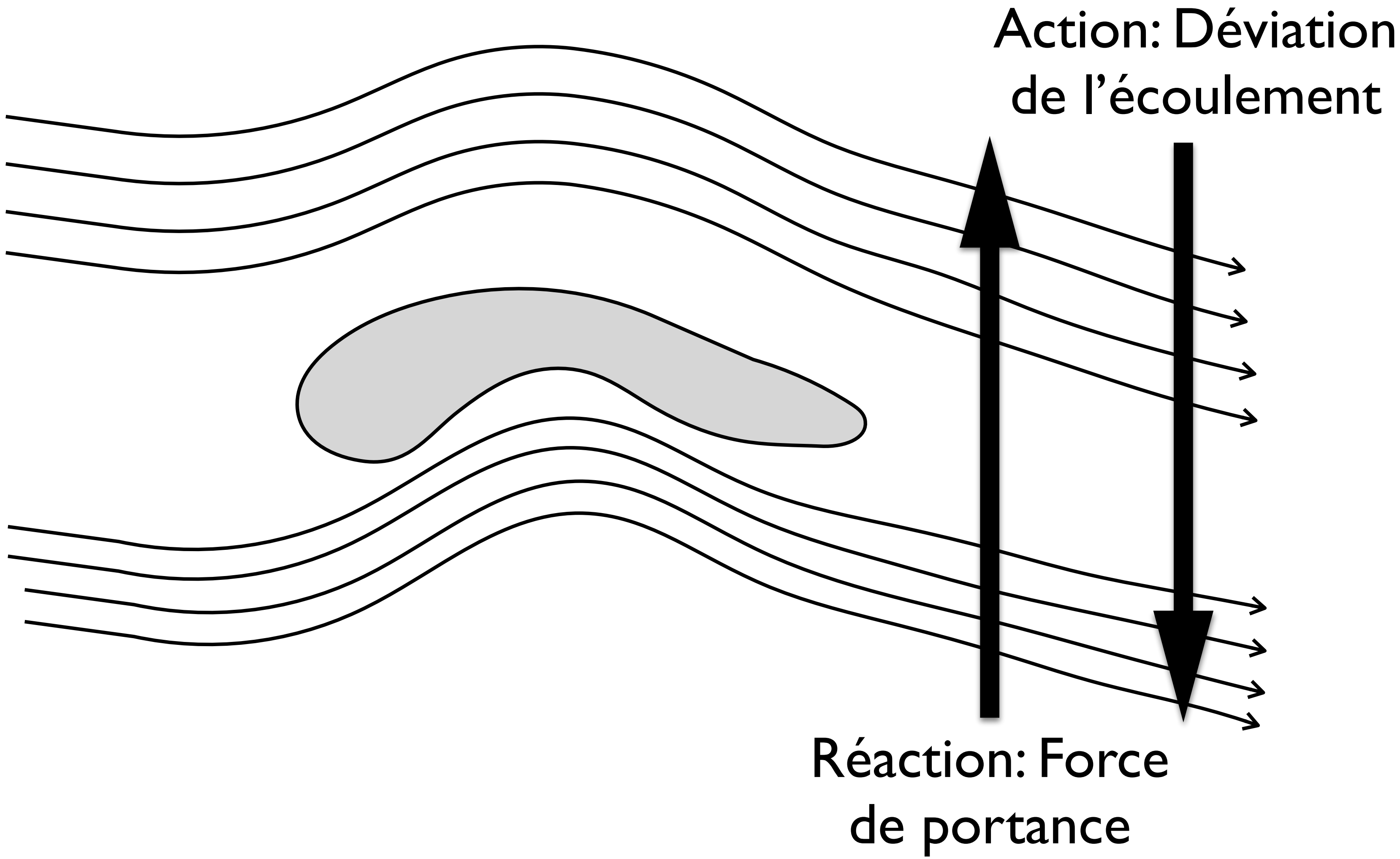
4. La portance, comment ça marche ?

- L'écoulement autour d'un profil courbé, va naturellement générer des gradients de pression favorable à la portance



4. La portance, comment ça marche ?

- La déviation de l'écoulement vers le bas par la structure solide génère aussi d'après le principe d'action-réaction une force sur l'aile vers le haut :



4. La portance, comment ça marche ?

Distribution de pression type autour d'un profil (P - Po)

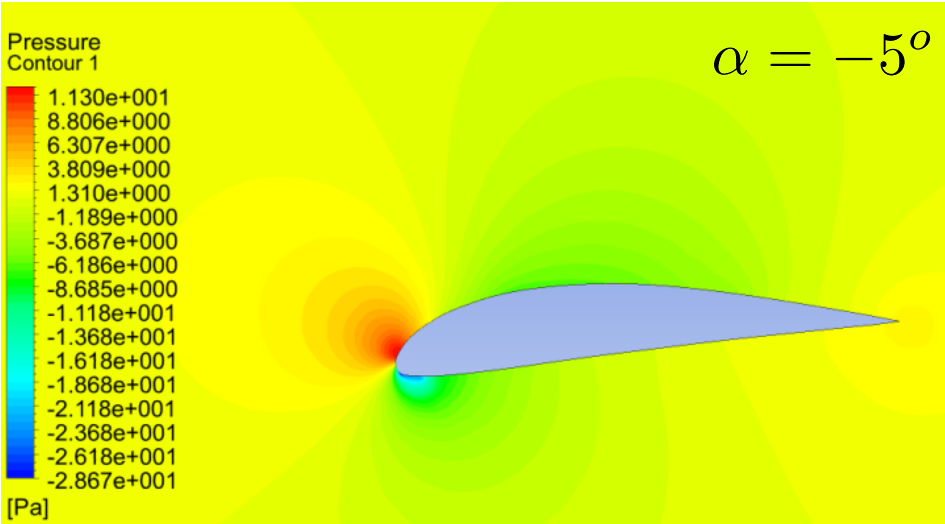


Figure 4. Pressure contours at -5 degrees of angle of attack

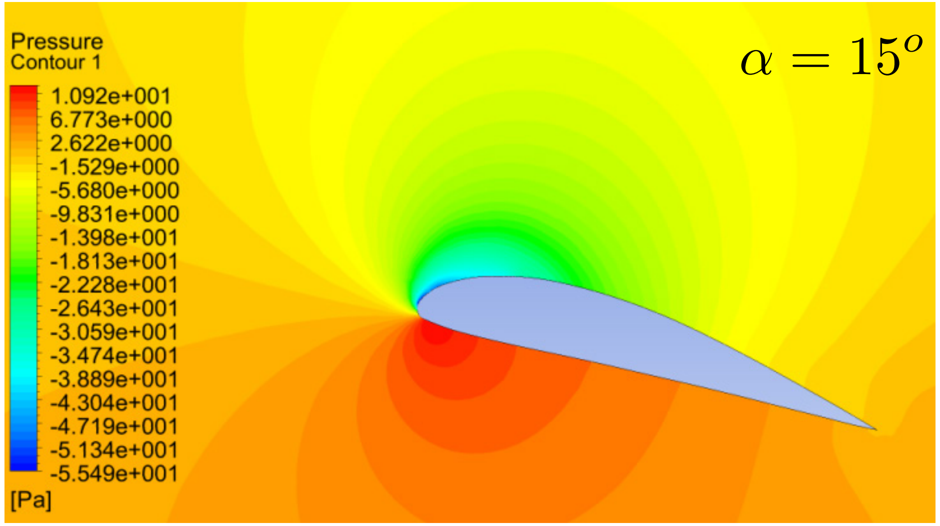


Figure 8. Pressure contours at 15 degrees of angle of attack

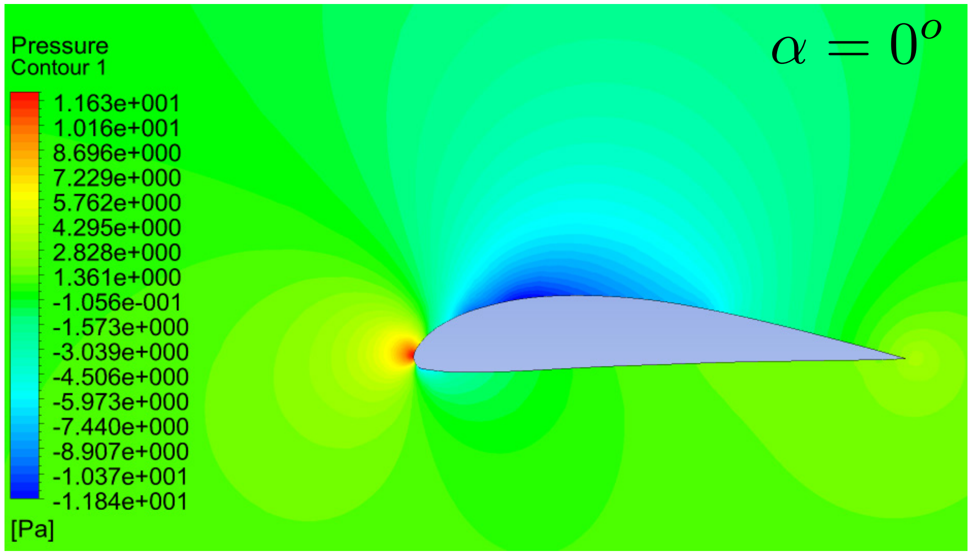


Figure 5. Pressure contours at 0 degrees of angle of attack

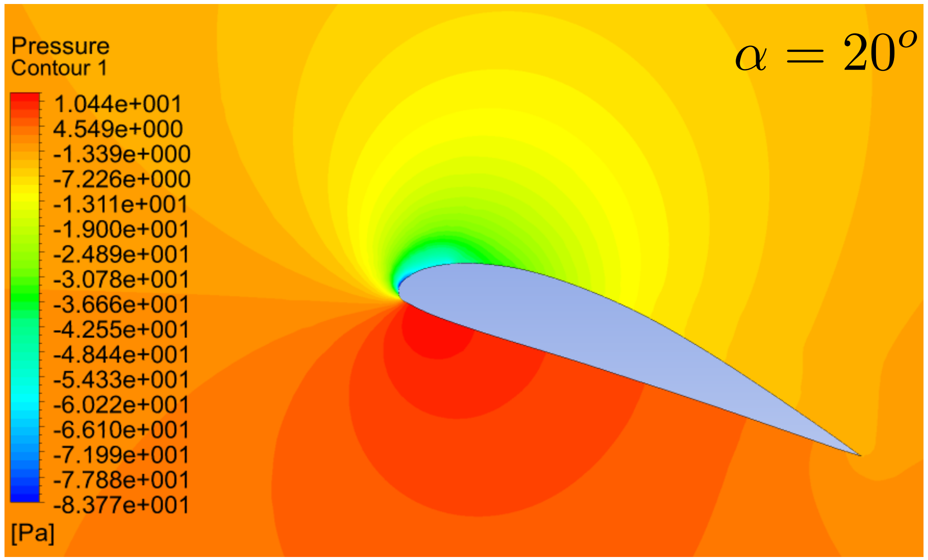
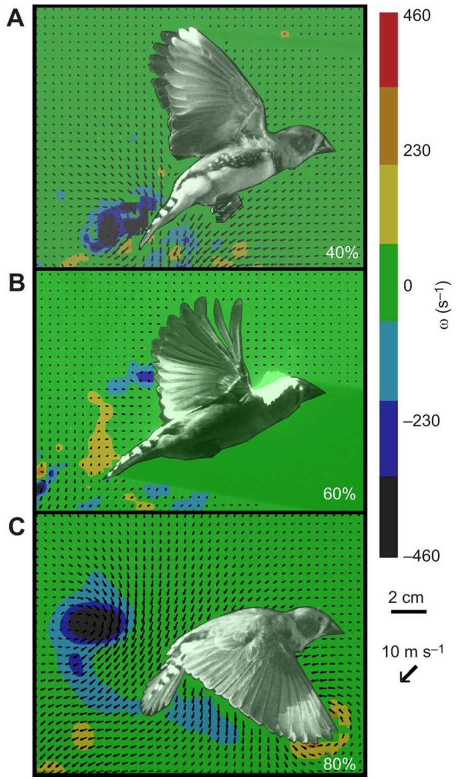


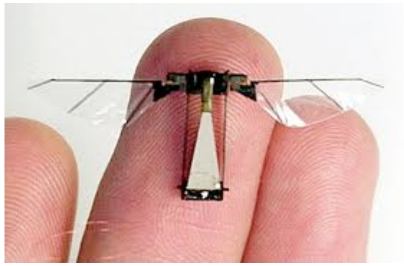
Figure 9. Pressure contours at 20 degrees of angle of attack

International Journal of Aerospace Sciences 2017, 5(1): 1-7
DOI: 10.5923/j.aerospace.20170501.01

Deux types d'ailes

- ✓ Déplacer un volume d'air 'grand' par rapport au volume de l'aile : Aile battante (oiseaux, insectes et drones miniatures)

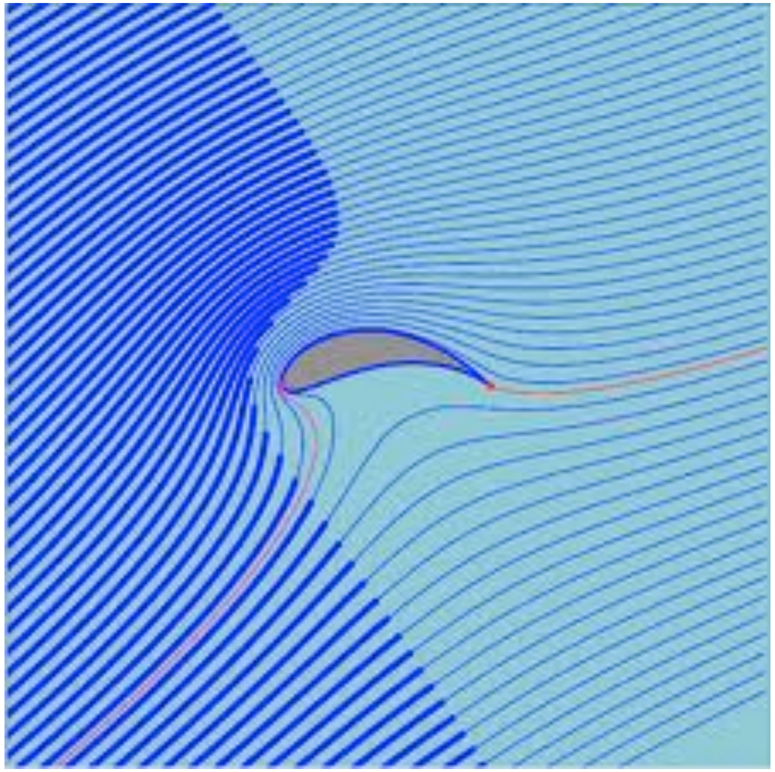




- ✓ Déplacer un grand volume d'air à grande vitesse : Aile fixe.

Introduction à l'Aérodynamique et à la Théorie des Profils

Partie 3 : Les efforts sur un profil



Luc Vervisch *INSA de Rouen Normandie & IUF, CNRS*

5. Forces et moments

- La gestion des efforts aérodynamiques est un point essentiel lors du dessin et de l'optimisation d'un profil.

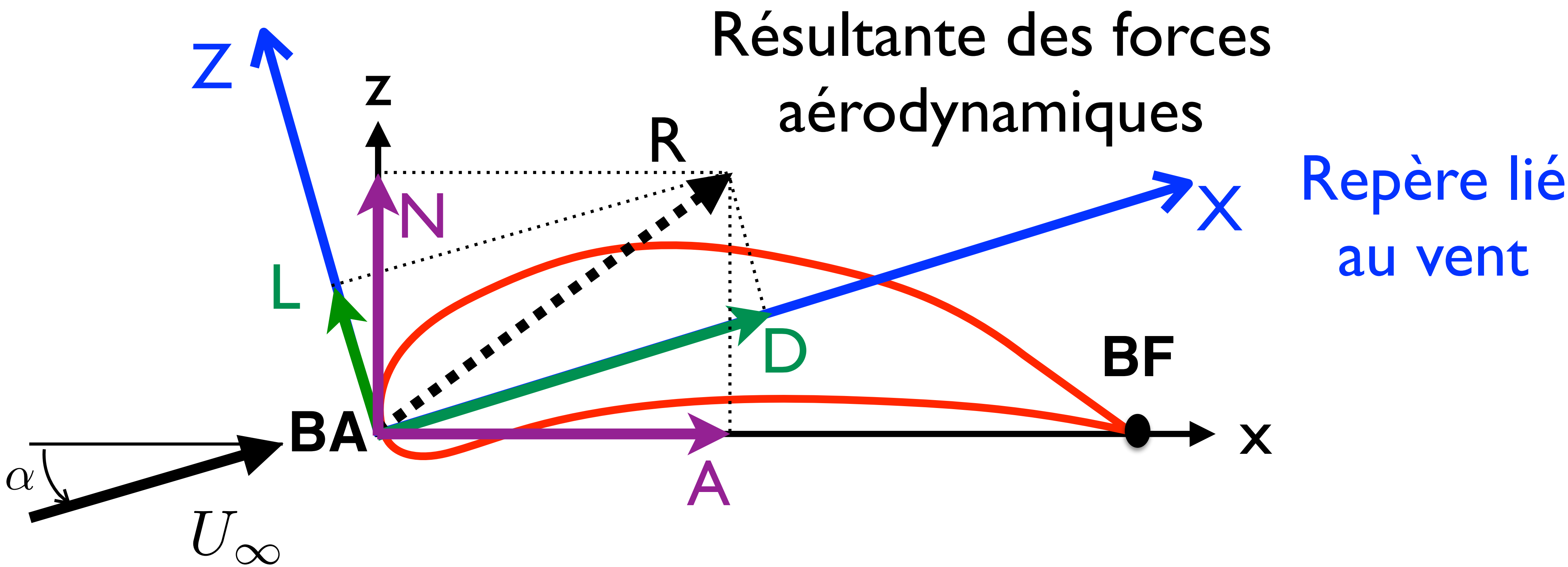
- La forme du profil va intervenir lors du calcul de la contribution de chaque élément de surface du profil à la résultante des forces (composante axiale et normale).

- L'angle d'incidence va intervenir dans la répartition de la résultante entre traînée et portance.

- Forme et incidence sont intimement liés et contrôlent l'efficacité aérodynamique d'un profil.

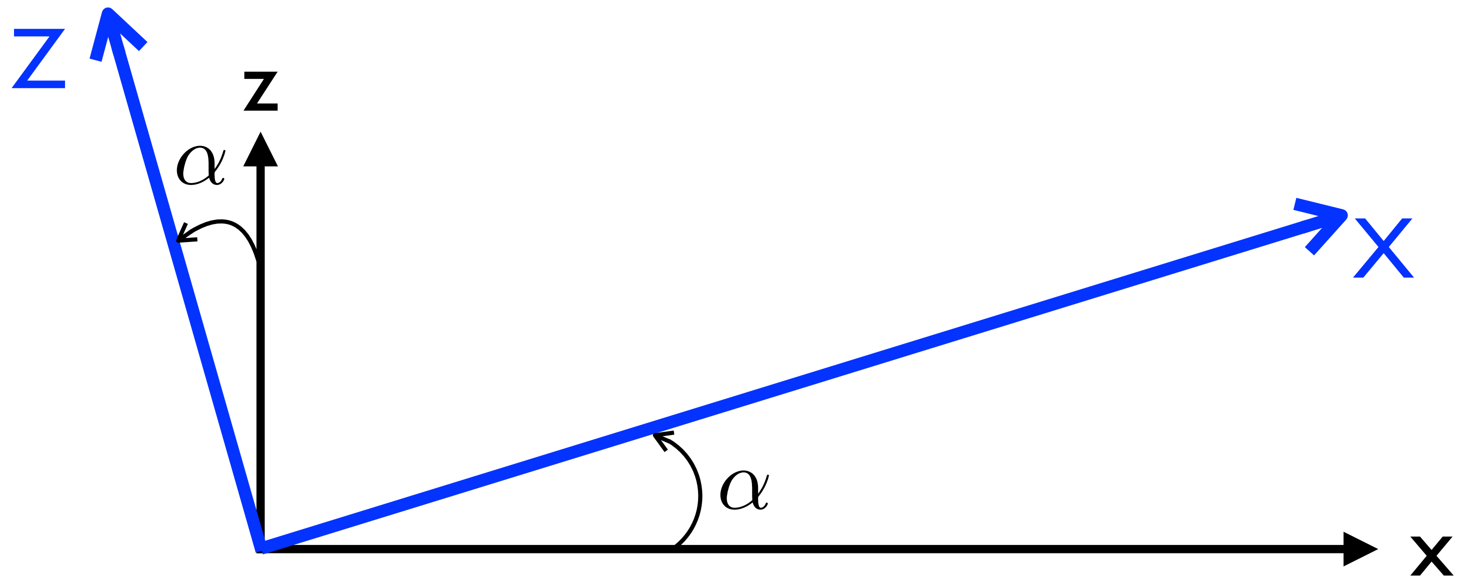
- L'ensemble des efforts qui s'exercent sur la surface du profil sont, dans un premier temps, projetés dans le repère attaché au profil puis, dans un second temps, projetés dans le repère du vent (le profil est souvent incliné relativement au vent incident), pour calculer la portance et la traînée. Deux projections interviennent donc, l'une qui prend en compte la forme du profil et l'autre son incidence par rapport au vent incident.

5. Forces et moments



- La résultante aérodynamique est mesurée à partir du BA et s'exprime dans les deux repères (profil et vent incident)

$$\vec{R} = \underbrace{\vec{A} + \vec{N}}_{\text{Repère du profil}} = \underbrace{\vec{L} + \vec{D}}_{\text{Repère du vent}}$$



- Matrice de rotation des repères :

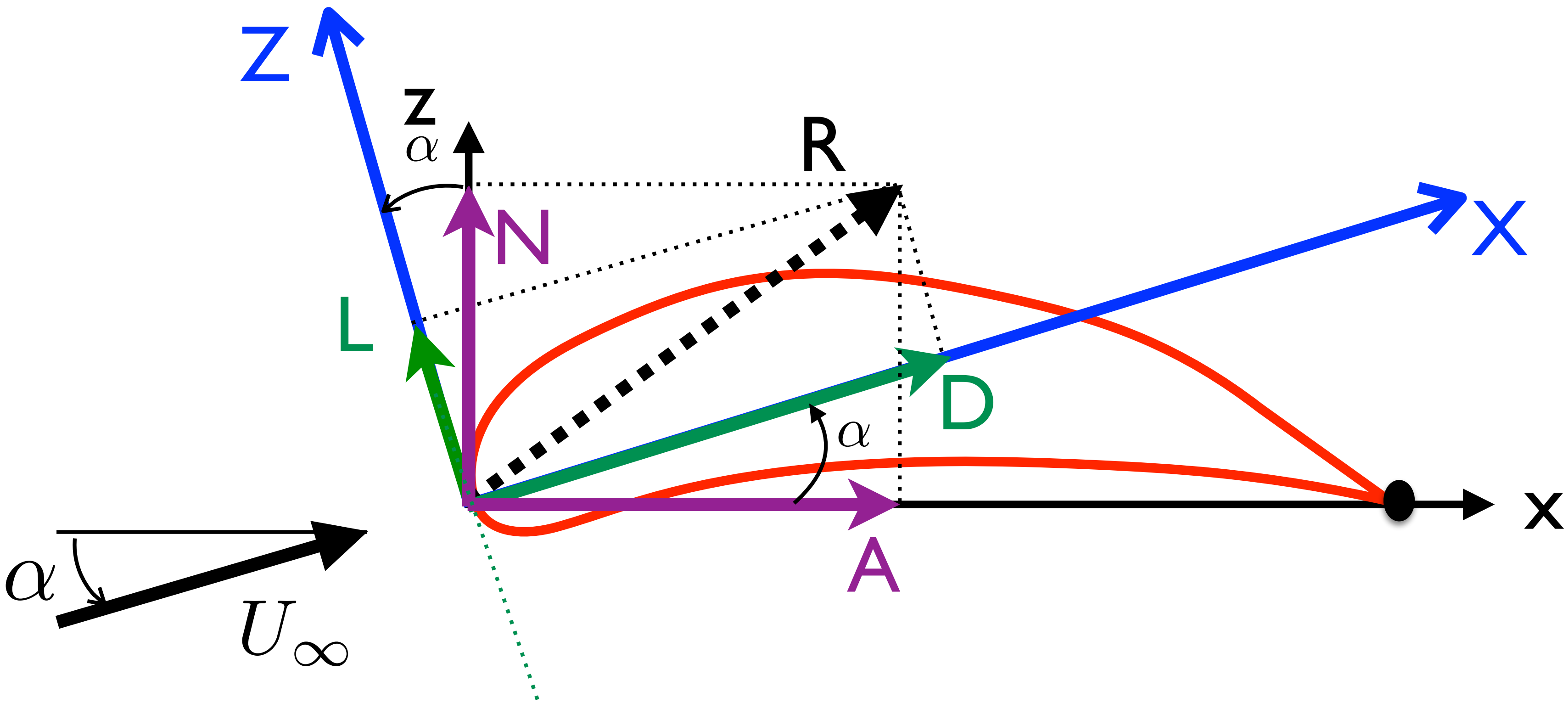
$$\begin{pmatrix} X \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Z \end{pmatrix}$$

$$\vec{X} = \cos\alpha\vec{x} + \sin\alpha\vec{z} \qquad \vec{x} = \cos\alpha\vec{X} - \sin\alpha\vec{Z}$$

$$\vec{Z} = -\sin\alpha\vec{x} + \cos\alpha\vec{z} \qquad \vec{z} = \sin\alpha\vec{X} + \cos\alpha\vec{Z}$$

5. Forces et moments

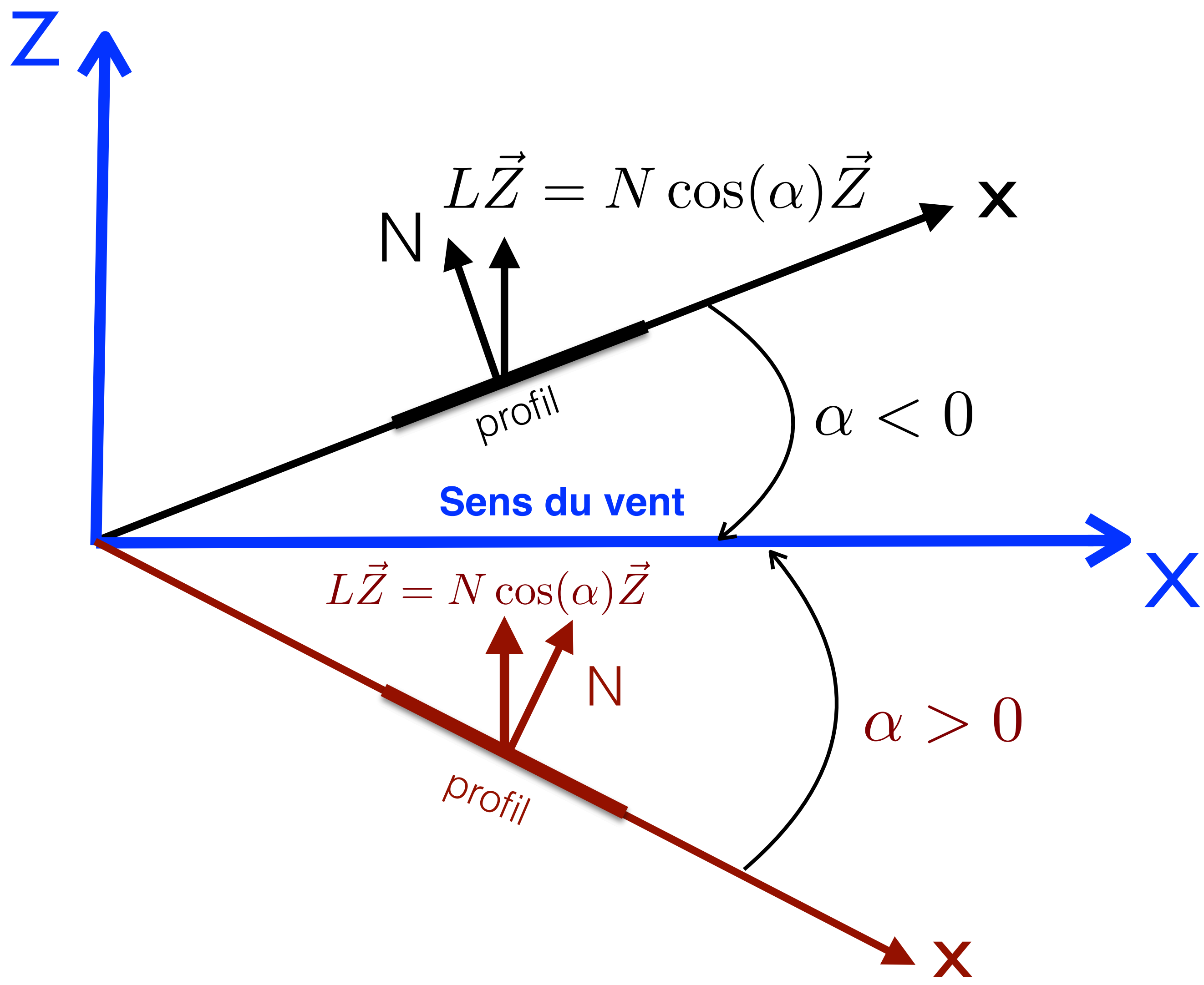
- Projection du repère attaché au profil vers le repère du vent incident :



$$\begin{aligned}
\vec{R} &= D\vec{X} + L\vec{Z} = A\vec{x} + N\vec{z} \\
\vec{R}\cdot\vec{X} = D &= A\vec{x}\cdot\vec{X} + N\vec{z}\cdot\vec{X} = A\cos(\alpha) + N\sin(\alpha) \\
\vec{R}\cdot\vec{Z} = L &= A\vec{x}\cdot\vec{Z} + N\vec{z}\cdot\vec{Z} = -A\sin(\alpha) + N\cos(\alpha)
\end{aligned}$$

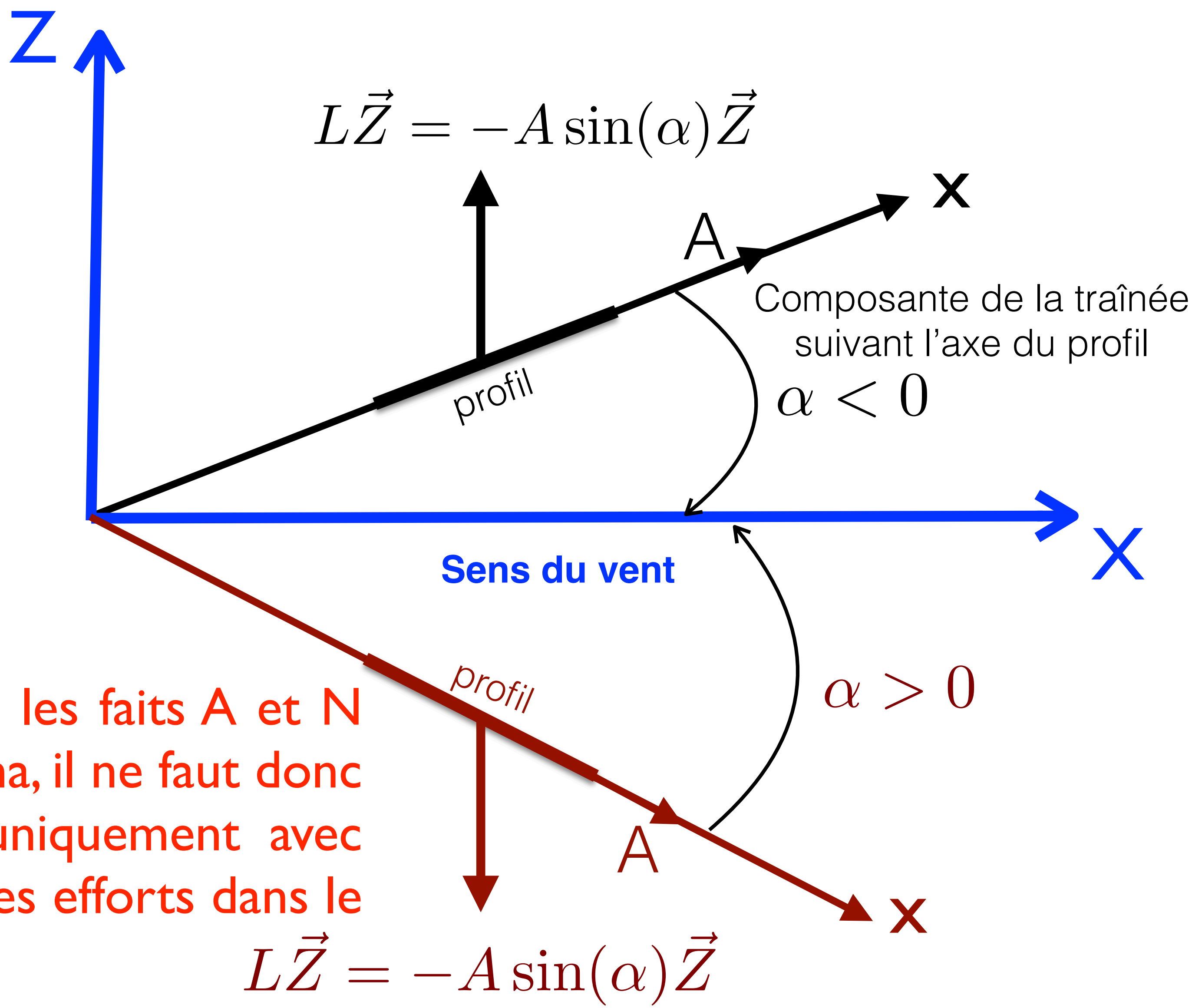
5. Forces et moments

- Contribution de l'effort normal sur le profil à la portance en fonction de l'incidence :



5. Forces et moments

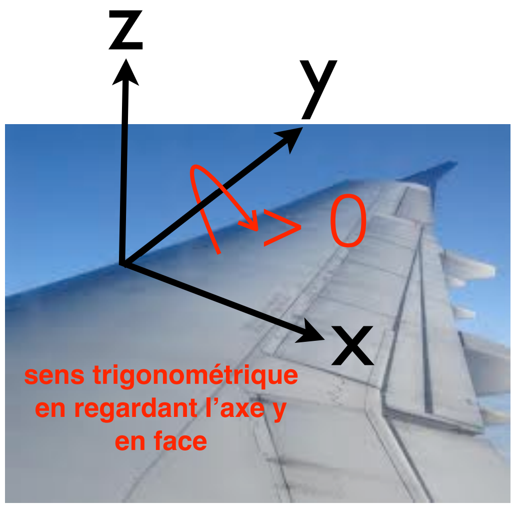
- Contribution de l'effort axial sur le profil à la portance en fonction de l'incidence :

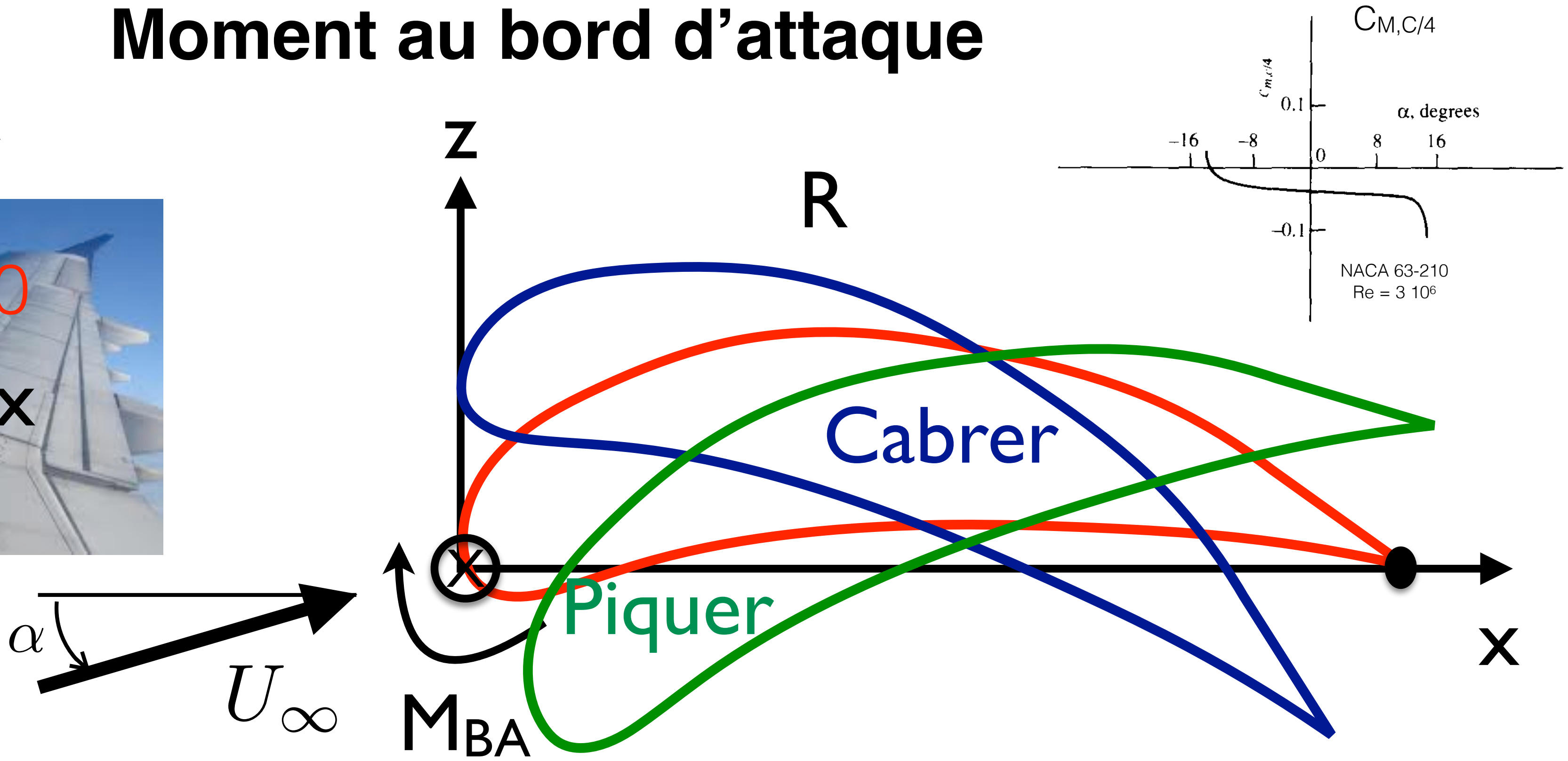


Attention : dans les faits A et N varient avec alpha, il ne faut donc pas raisonner uniquement avec alpha en fixant les efforts dans le repère du profil.

5. Forces et moments

Moment au bord d'attaque





Le moment est compté positivement quand il induit une rotation dans le sens trigonométrique, avec l'axe de rotation pointant vers l'observateur

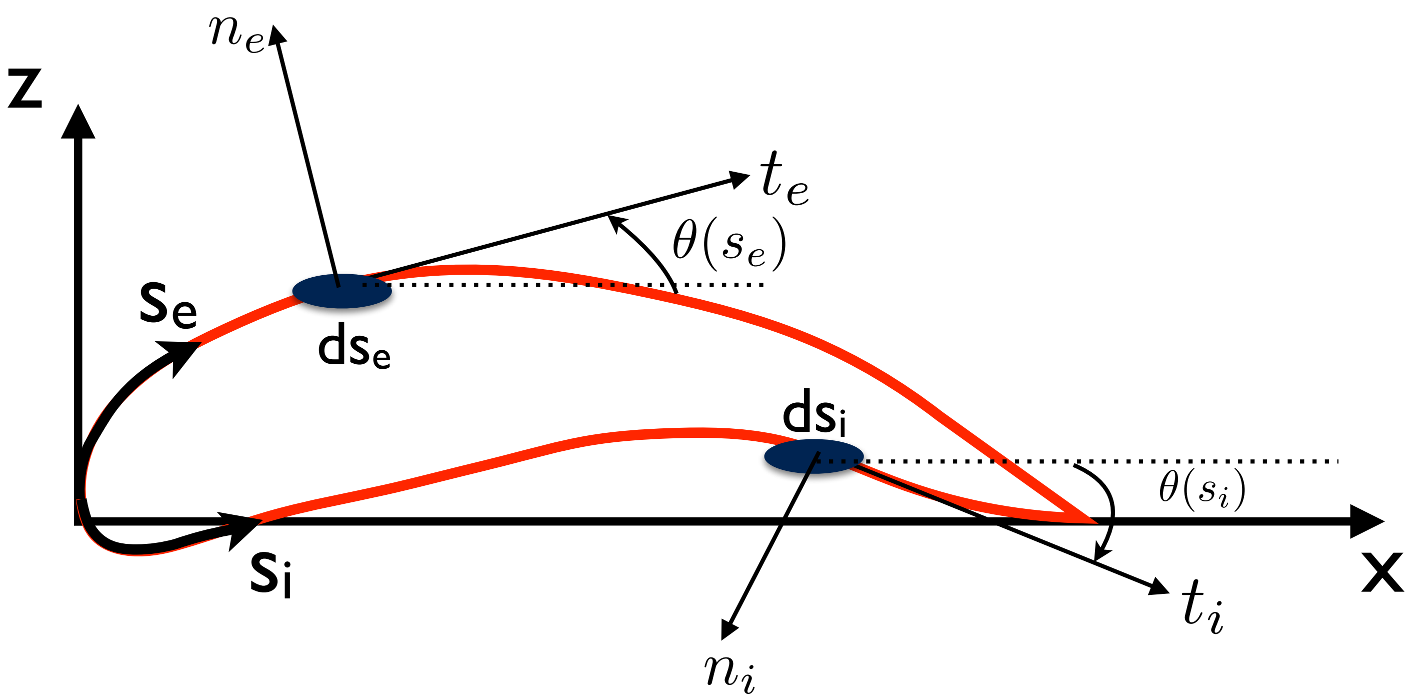
- Si $M_{BA} > 0$ Le moment est 'cabreur'
- Si $M_{BA} < 0$ Le moment est 'piqueur'

5. Forces et moments

- Les efforts sur la surface du profil, qui supposé uniforme dans la troisième direction (profil 2D extrudé), sont intégrés à partir de surface élémentaires repérées sur l'extrados et l'intrados à partir des abscises curvilignes.

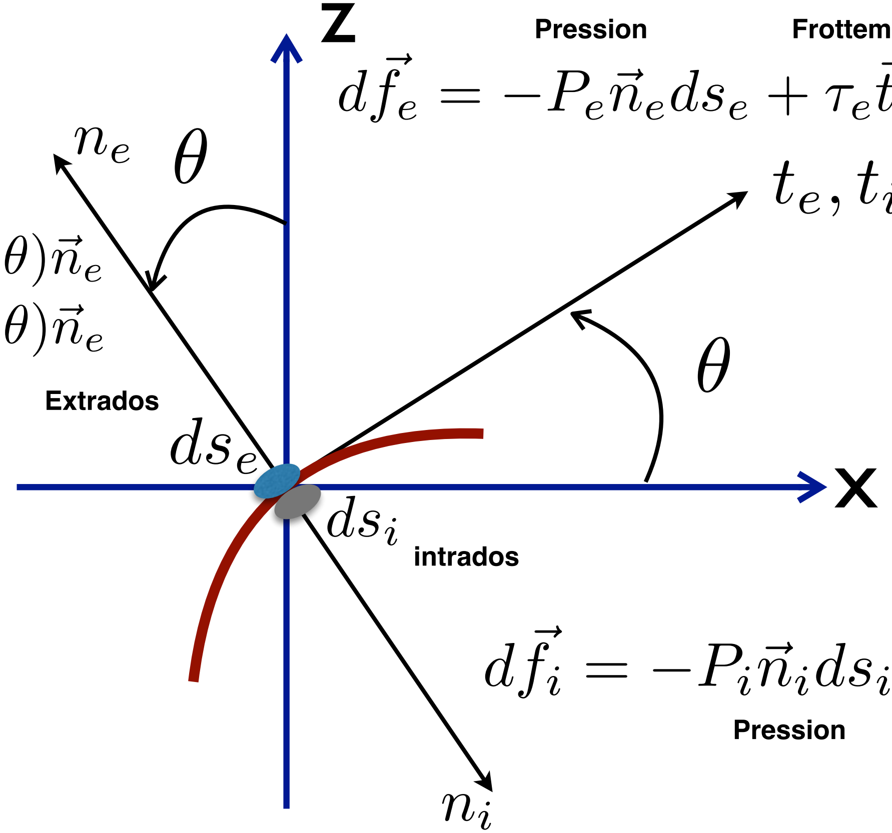
- Un repère orthonormé est associé à chaque élément de surface. Ce repère est caractérisé par l'angle entre la tangente de la surface et l'axe 'x' défini par la corde.

- Cet angle est mesuré à partir de l'axe 'x', il sera dont positif pour une pente positive de la surface dans le repère (x,z) et négatif pour une pente négative.



5. Forces et moments

- Les éléments de surface sont soumis à deux forces : frottement (viscosité) et pression.
- La force de pression est dans la direction normale à la surface et le frottement suivant la direction tangente à la surface
- Une fois calculés dans le repère associé à la surface, ils sont projetés dans le repère du profil, par simple projection des axes liés à l'abscisse curviligne.



Pression Frottement

$$d\vec{f_e} = -P_e\vec{n}_e ds_e + \tau_e\vec{t}_e ds_e$$

$$\vec{x} = cos(\theta)\vec{t}_e - sin(\theta)\vec{n}_e$$
$$\vec{z} = sin(\theta)\vec{t}_e + cos(\theta)\vec{n}_e$$

$$d\vec{f_i} = -P_i\vec{n}_i ds_i + \tau_i\vec{t}_i ds_i$$

Pression Frottement

$$\vec{x} = cos(\theta)\vec{t}_i + sin(\theta)\vec{n}_i$$
$$\vec{z} = sin(\theta)\vec{t}_i - cos(\theta)\vec{n}_i$$

5. Forces et moments

- La projection des efforts du repère local vers le repère du profil, permet de calculer les forces N et A

$$d\vec{f_e} = -P_e\vec{n}_e ds_e + \tau_e\vec{t}_e ds_e$$

$$\vec{x} = cos(\theta)\vec{t}_e - sin(\theta)\vec{n}_e$$

$$\vec{z} = sin(\theta)\vec{t}_e + cos(\theta)\vec{n}_e$$

$$\vec{z}\cdot\vec{n}_e = \cos(\theta) \qquad \vec{x}\cdot\vec{n}_e = -\sin(\theta)$$

$$\vec{z}\cdot\vec{t}_e = \sin(\theta) \qquad \vec{x}\cdot\vec{t}_e = \cos(\theta)$$

$$dN_e = d\vec{f_e}\cdot\vec{z}$$

$$dA_e = d\vec{f_e}\cdot\vec{x}$$

$$\begin{aligned} dN_e &= \tau_e\sin(\theta)ds_e - P_e\cos(\theta)ds_e \\ dA_e &= \tau_e\cos(\theta)ds_e + P_e\sin(\theta)ds_e \end{aligned}$$

$$d\vec{f_i} = -P_i\vec{n}_i ds_i + \tau_i\vec{t}_i ds_i$$

$$\vec{x} = cos(\theta)\vec{t}_i + sin(\theta)\vec{n}_i$$

$$\vec{z} = sin(\theta)\vec{t}_i - cos(\theta)\vec{n}_i$$

$$\vec{z}\cdot\vec{n}_i = -\cos(\theta) \qquad \vec{x}\cdot\vec{t}_i = \cos(\theta)$$

$$\vec{z}\cdot\vec{t}_i = -\sin(\theta) \qquad \vec{x}\cdot\vec{n}_i = \sin(\theta)$$

$$dN_i = d\vec{f_i}\cdot\vec{z}$$

$$dA_i = d\vec{f_i}\cdot\vec{x}$$

$$\begin{aligned} dN_i &= \tau_i\sin(\theta)ds_i + P_i\cos(\theta)ds_i \\ dA_i &= \tau_i\cos(\theta)ds_i - P_i\sin(\theta)ds_i \end{aligned}$$

5. Forces et moments

- L'intégration sur l'ensemble de la surface apporte les composantes de la résultante des forces aérodynamiques

$$N = \int_{BA}^{BF} dN_e + \int_{BA}^{BF} dN_i$$

$$\begin{aligned} dN_e &= \tau_e \sin(\theta) ds_e - P_e \cos(\theta) ds_e \\ dA_e &= \tau_e \cos(\theta) ds_e + P_e \sin(\theta) ds_e \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dN_i &= \tau_i \sin(\theta) ds_i + P_i \cos(\theta) ds_i \\ dA_i &= \tau_i \cos(\theta) ds_i - P_i \sin(\theta) ds_i \end{aligned}$$

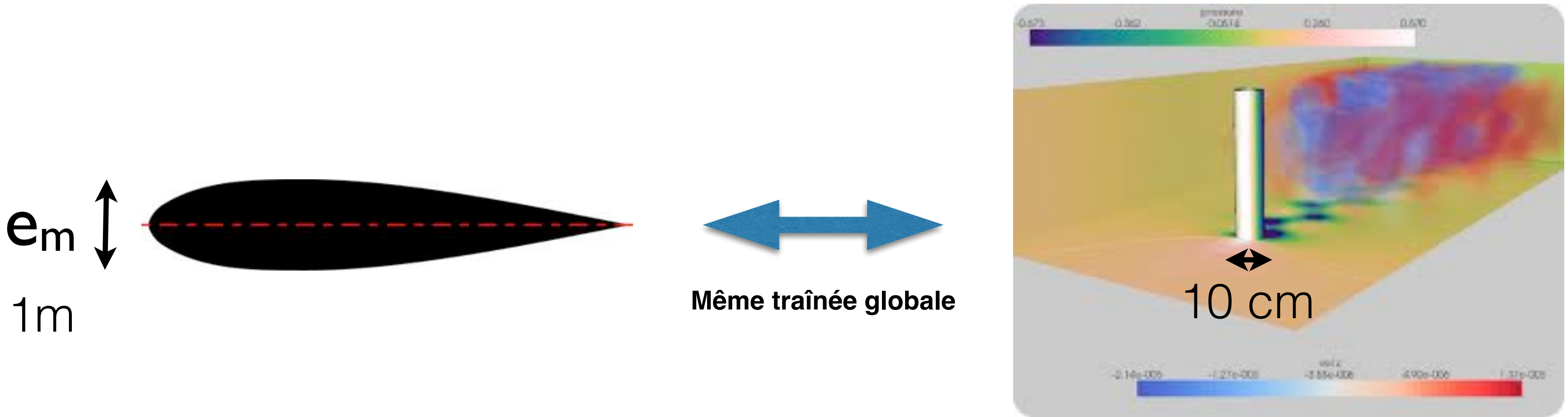
$$A = \int_{BA}^{BF} dA_e + \int_{BA}^{BF} dA_i$$

- Les forces élémentaires intégrées font intervenir la distribution de l'angle theta(s) sur les surfaces extrados et intrados, donc directement la forme du profil.
- Après projection, les forces de pression sont présentes à la fois dans les directions normale et tangentielle. La distribution de pression générée par un profil influence donc la portance et aussi la force de traînée (qui ne dépend pas uniquement du frottement visqueux).
- De même après projection, les forces liées à la viscosité sont présentent dans les deux directions. La viscosité influence donc la traînée et la portance.
- On comprend vite pourquoi la forme d'un profil permet beaucoup de choses !

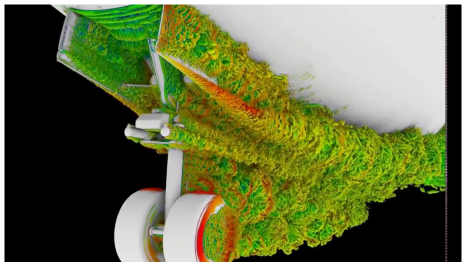
5. Forces et moments

- La répartition des efforts est un sujet souvent difficile en aérodynamique, car le problème est fortement couplé aux propriétés de l'écoulement qui se développe autour et en aval du profil (i.e., le pb. doit être considéré dans son ensemble).

- Par exemple, pour un nombre de Reynolds supérieur à 100 000, un profil symétrique d'épaisseur maximum e_m, subit la même traînée globale que celle d'un barreau circulaire de diamètre $e_m/10$



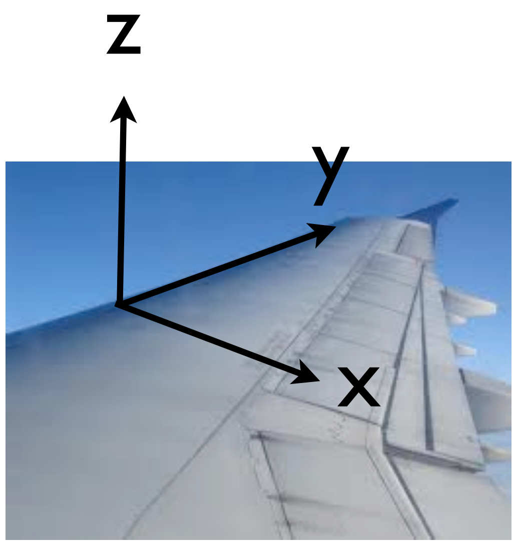
- Sur un avion de ligne sortir, le train d'atterrissage peut aller jusqu'à doubler la traînée…



5. Forces et moments

- Une fois projeté sur le repère associé au profil, chaque élément de surface est donc associé à une force élémentaire :

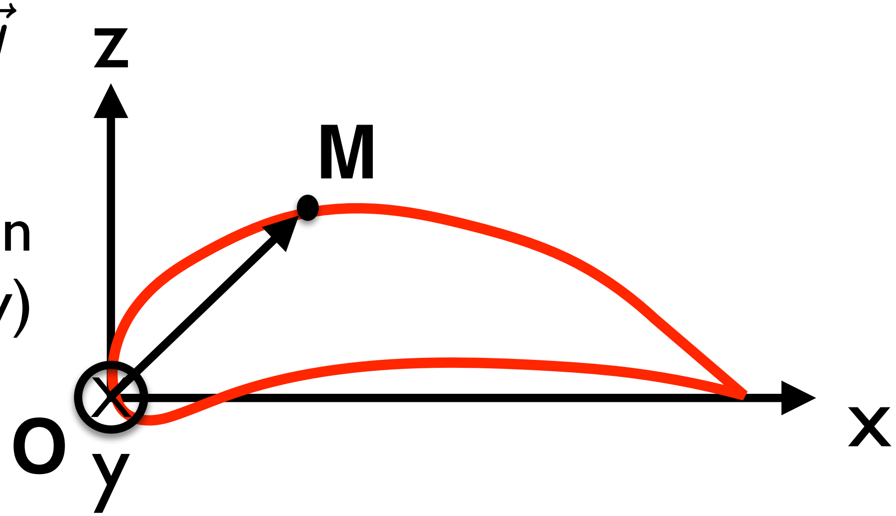
$$dN\vec{z} + dA\vec{x}$$



- A cette force élémentaire, correspond un moment de bord d'attaque élémentaire :

$$\begin{aligned} dM_{BA}\vec{y} &= \vec{OM} \wedge (dN\vec{z} + dA\vec{x}) \\ &= (x_M\vec{x} + z_M\vec{z}) \wedge (dN\vec{z} + dA\vec{x}) \\ &= (-x_M dN + z_M dA)\vec{y} \end{aligned}$$

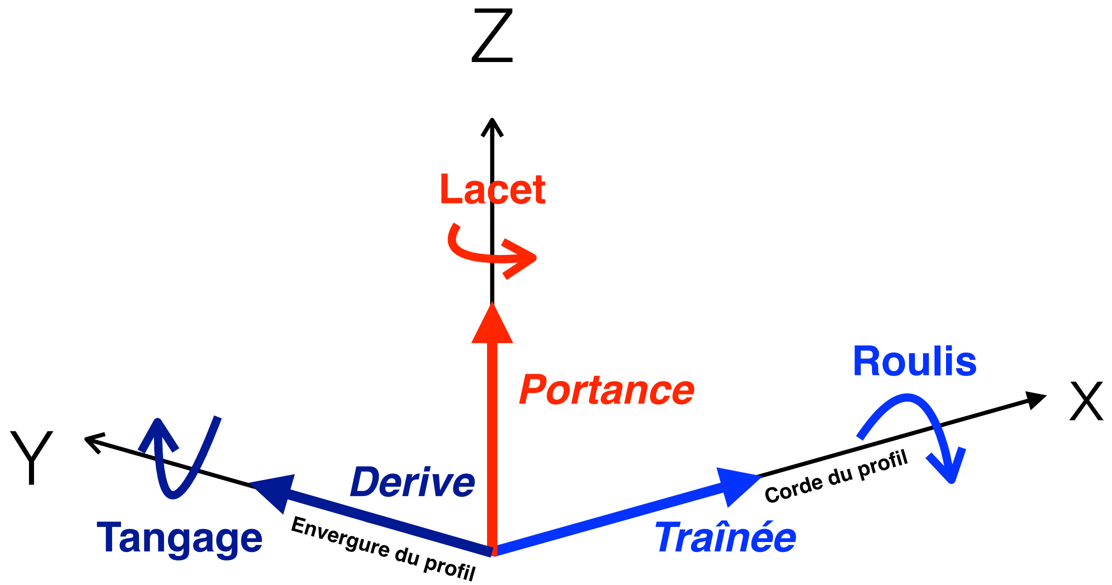
- La force dN dans la direction z crée bien un moment piqueur (dM_{BA} suivant -y) autour de l'axe O.



5. Forces et moments

- Des forces et moments sont définis suivant les 3 axes :

D : Traînée
L : Portance
H : Dérive



M_R : Moment de roulis
M_T : Moment de tangage
M_L : Moment de lacet

6. Coefficients aérodynamiques et finesse

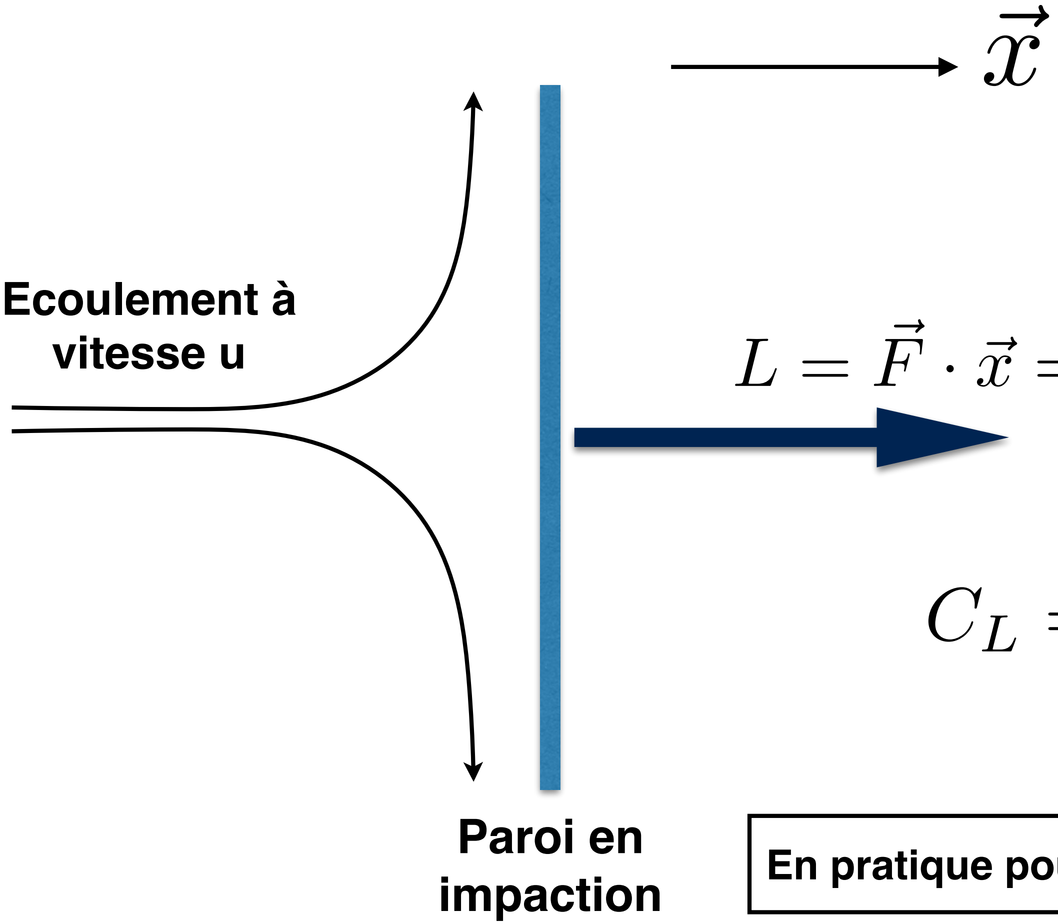
- Des coefficients aérodynamiques globaux sont utilisés pour caractériser les efforts.

Effort axial	$C_A = \dfrac{A}{q_\infty S}$
Effort normal	$C_N = \dfrac{N}{q_\infty S}$
Portance	$C_L = \dfrac{L}{q_\infty S}$
Traînée	$C_D = \dfrac{D}{q_\infty S}$
Moment	$C_M = \dfrac{M}{q_\infty S c}$

- ✓ Surface de profil concernée : S
- ✓ Corde : c
- ✓ Pression dynamique de l'écoulement incident :

$$q_\infty = \frac{1}{2}\rho U_\infty^2$$

- Un écoulement en impaction sur une paroi apporte un majorant du coefficient de portance :

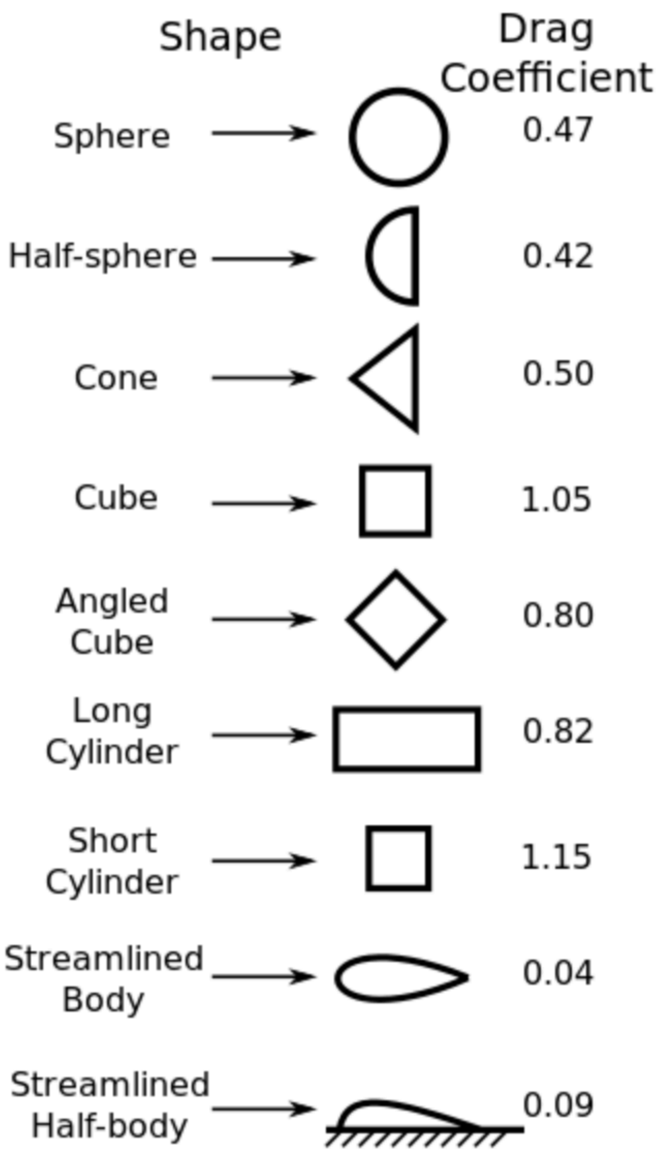


$$L = \vec{F} \cdot \vec{x} = \dot{Q}_m \vec{u} \cdot \vec{x} = \rho u^2 S$$

$$C_L = \frac{L}{q_\infty S} = \frac{\rho u^2 S}{0.5 \rho u^2 S} = 2$$

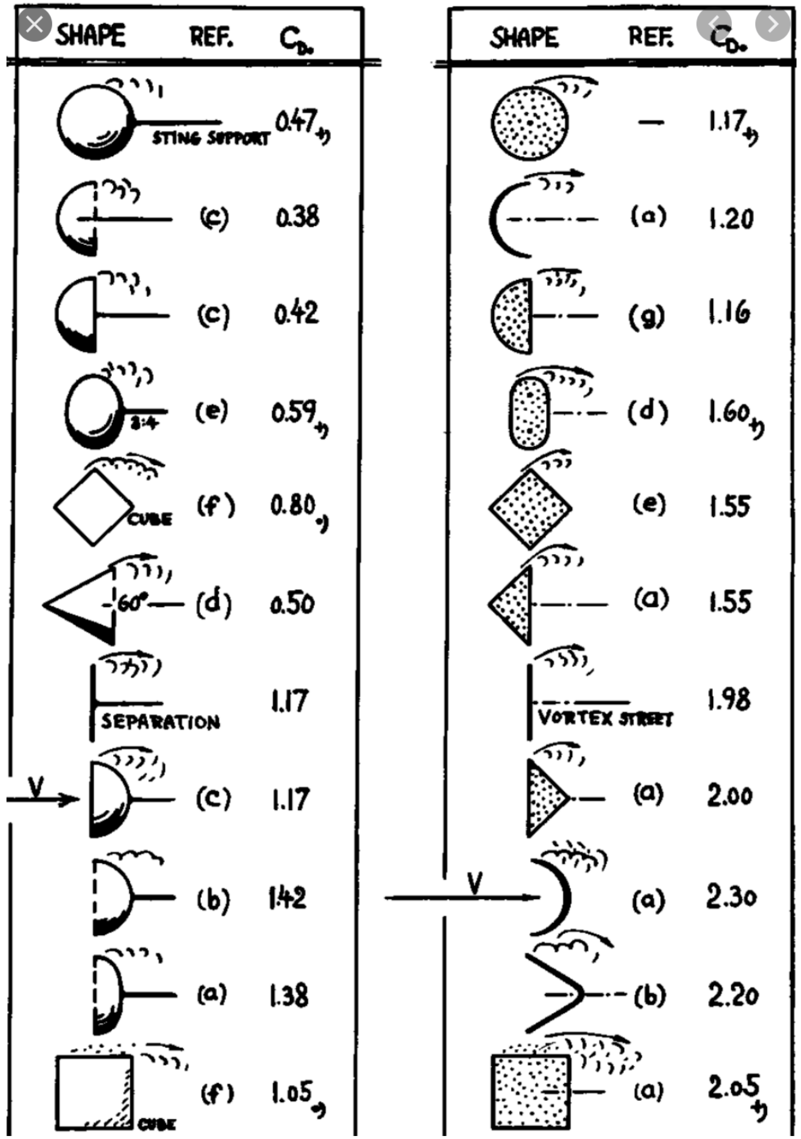
En pratique pour les profils 'classiques' : $C_L < 1.8$

6. Coefficients aérodynamiques et finesse



Measured Drag Coefficients

$$Re = \frac{U_\infty d}{\nu} = 10^4$$



Nous reviendrons sur la réponse de C_D en fonction du nombre de Reynolds lors de la discussion sur le phénomène de décollement des écoulement des parois

6. Coefficients aérodynamiques et finesse

- Les coefficients aérodynamiques fonction de la position sur le profil (donc de l'abscisse curviligne `s') permettent d'affiner l'analyse de l'écoulement.

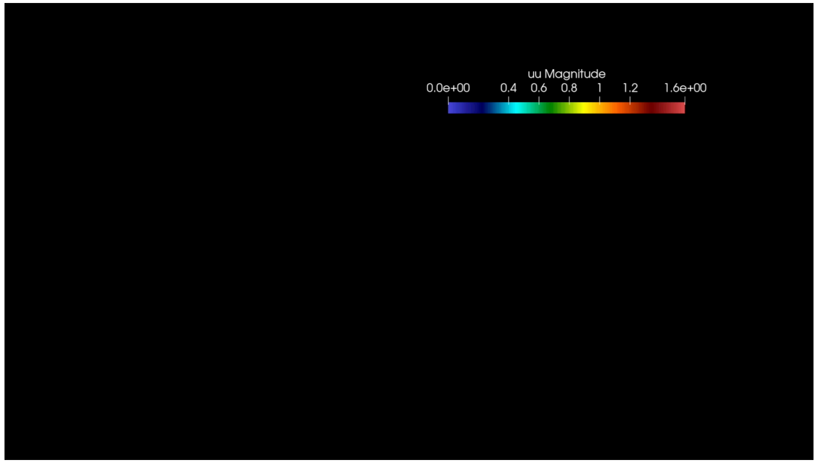
- Coefficient de pression : $C_p(s) = \dfrac{P(s) - P_\infty}{q_\infty}$

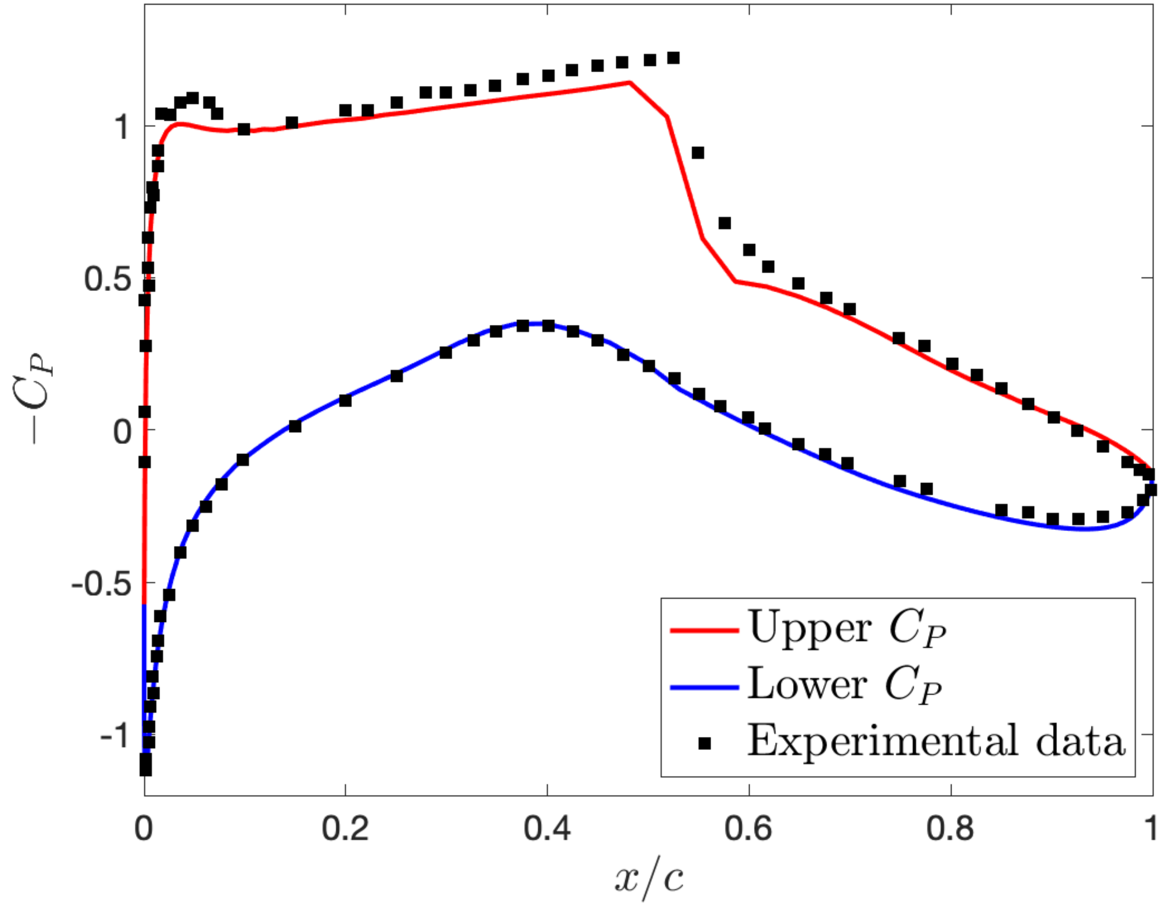
- Coefficient de frottement pariétal : $C_f(s) = \dfrac{\tau(s)}{q_\infty}$

$$\tau(s) = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial n} \right)_{wall}$$

6. Coefficients aérodynamiques et finesse

- Exemple de distribution de coefficient de pression sur un profil NACA RAE 2822 :

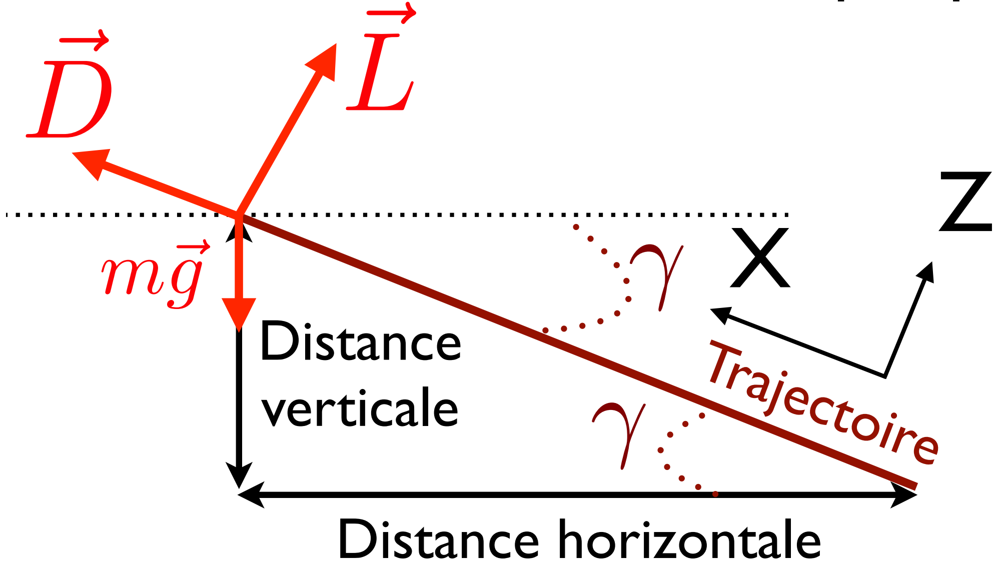




Tonicello, Lodato & Vervisch, AIAA Reno, 2020

6. Coefficients aérodynamiques et finesse

- La finesse d'un profil 'f' est le rapport entre la portance et la traînée.
- Pour un avion, la finesse est directement le rapport entre la distance horizontale et verticale qu'il peut parcourir sans propulsion.



$$\left(\vec{L}+\vec{D}+m\vec{g}\right)\cdot\vec{X} = D - mg\sin(\gamma) = 0$$

$$\left(\vec{L}+\vec{D}+m\vec{g}\right)\cdot\vec{Z} = L - mg\cos(\gamma) = 0$$

Traînée

$$\vec{L}+\vec{D}+m\vec{g}=0$$

Portance Poids

$$\frac{\cos(\gamma)}{\sin(\gamma)} = \frac{L}{D} = f$$

6. Coefficients aérodynamiques et finesse

- $$f = \frac{\text{Distance parcourue horizontalement}}{\text{Distance parcourue verticalement}}$$

f = 35
M = 350 kg
L = 3 500 N
D = 100 N

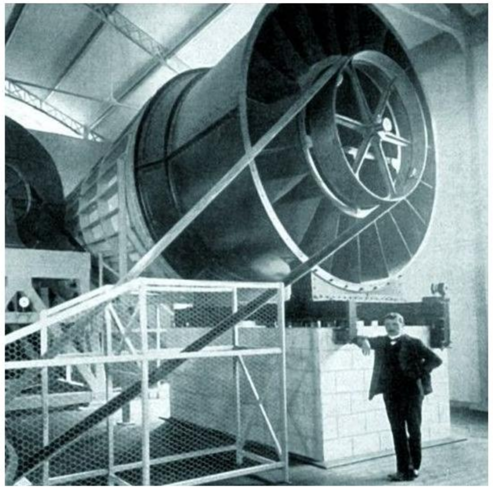
$$\boxed{f = \frac{C_L}{C_D} = \frac{L}{D}}$$

finesse avion de chasse < 10
(Rafale f = 5)

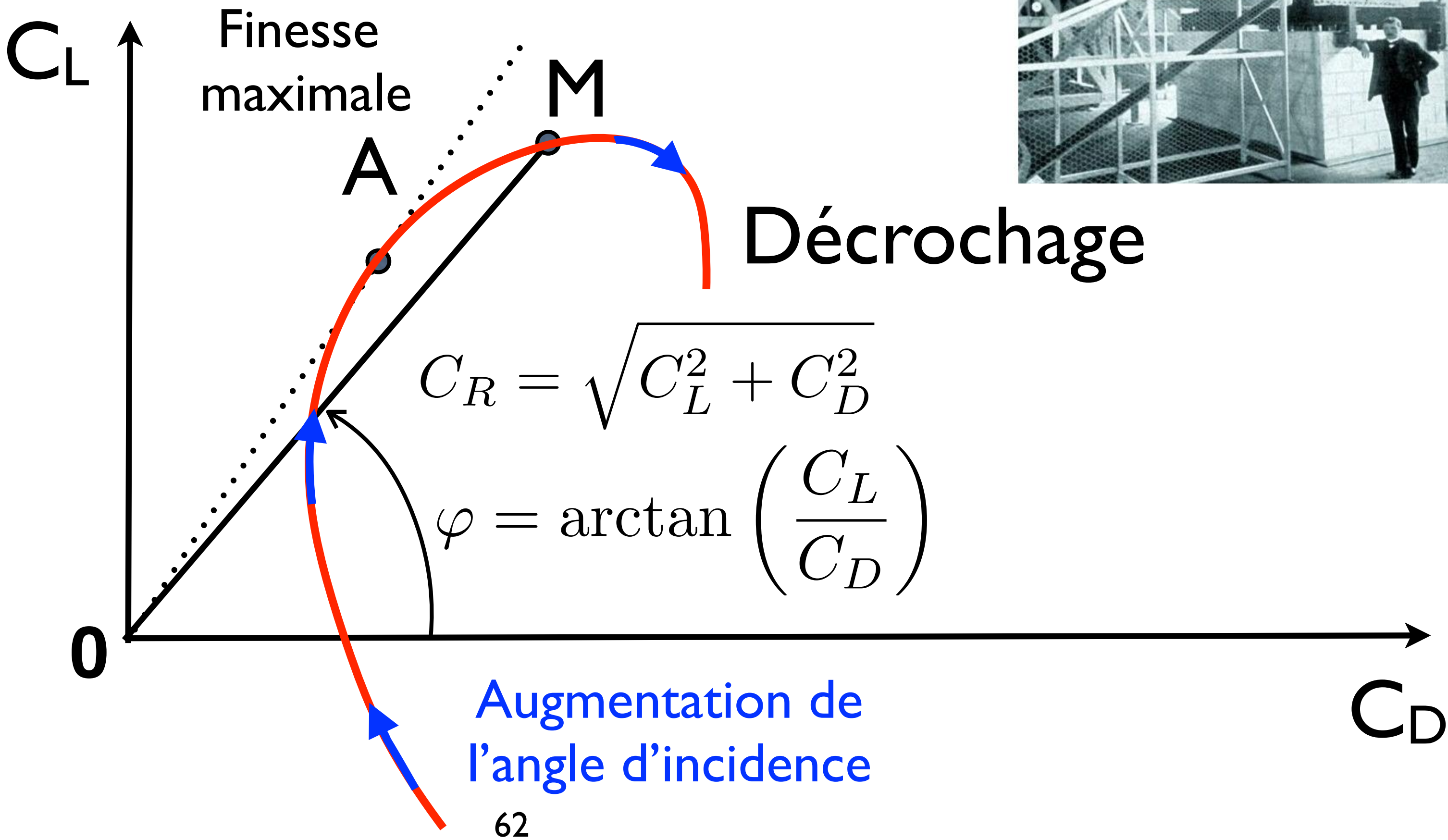
f = 18
M = 350 000 kg
L = 3 433 500 N
D = 191 000 N

6. Coefficients aérodynamiques et finesse

- Pour caractériser les performances aérodynamique d'un profil, le coefficient de portance est tracé en fonction du coefficient de traînée, en faisant varier l'angle d'incidence.
- Le graphique obtenu est 'la polaire' du profil.

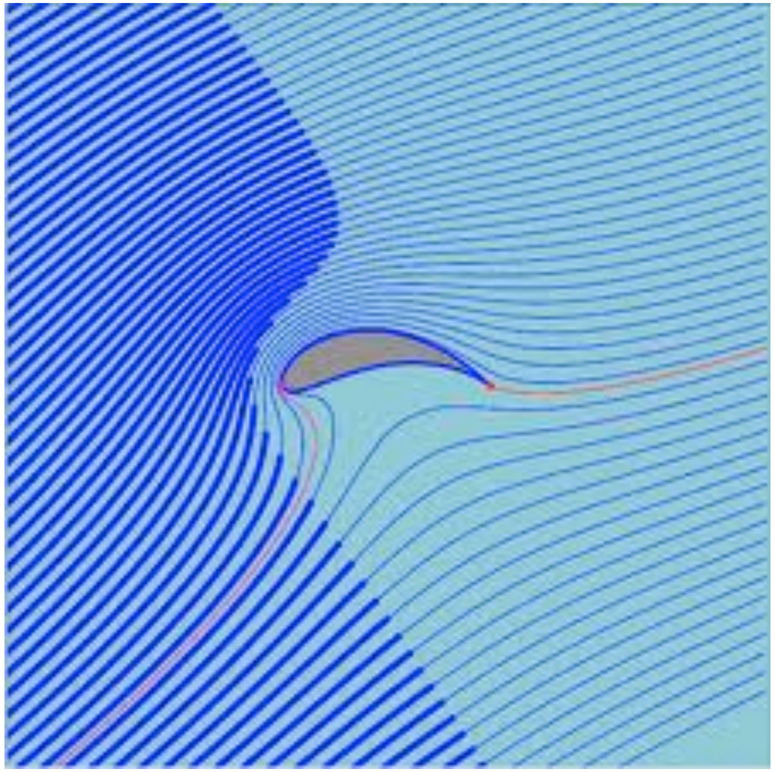


G. Eiffel
1832 - 1923



Introduction à l'Aérodynamique et à la Théorie des Profils

Partie 4 : Equation des profiles minces

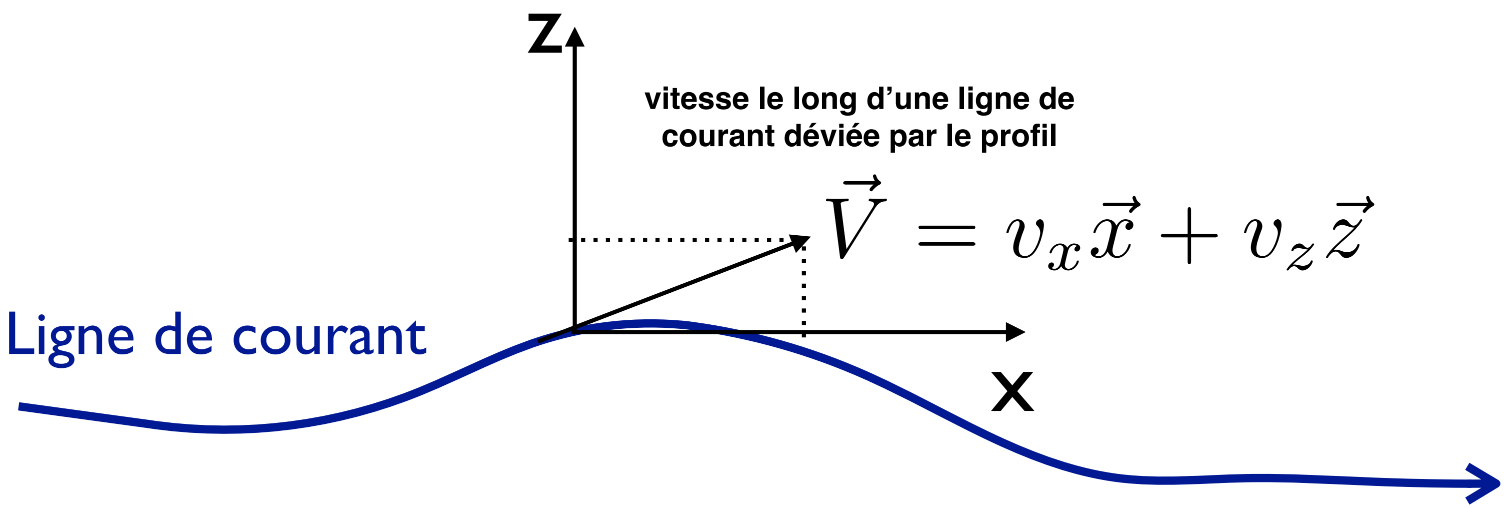


Luc Vervisch *INSA de Rouen Normandie & IUF, CNRS*

7. Champ de vitesse induit

- L'écoulement incident est dévié par la présence d'un profil aérodynamique. Les propriétés de cette déviation dépendent de la forme du profil et du nombre de Reynolds de l'écoulement.

- Nous allons construire une description simplifiée de cette déviation qui permet de relier la portance à la forme du profil.



7. Champ de vitesse induit

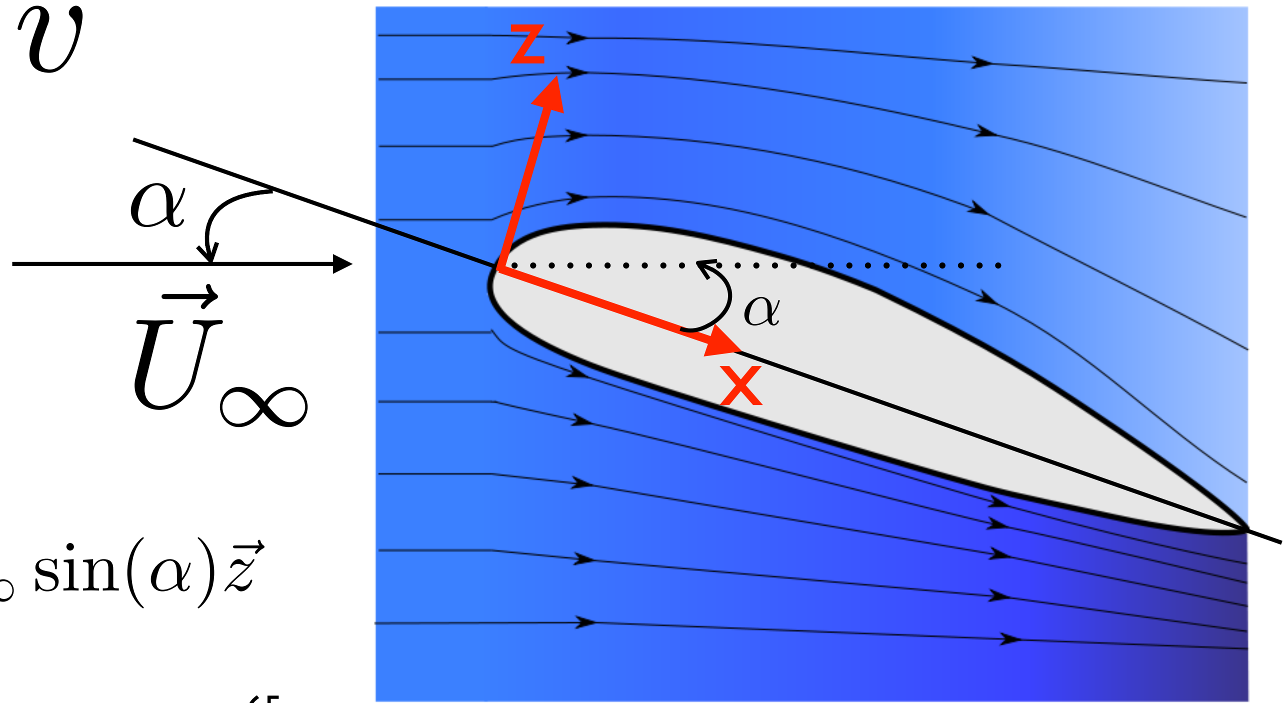
- La vitesse se décompose en la partie incidente et la déviation générée par le profil :

Vitesse générée par la présence du profil

$$|\vec{v}| << |\vec{U}_\infty|$$

$$\vec{V} = \vec{U}_\infty + \vec{v}$$

Vitesse du vent incident

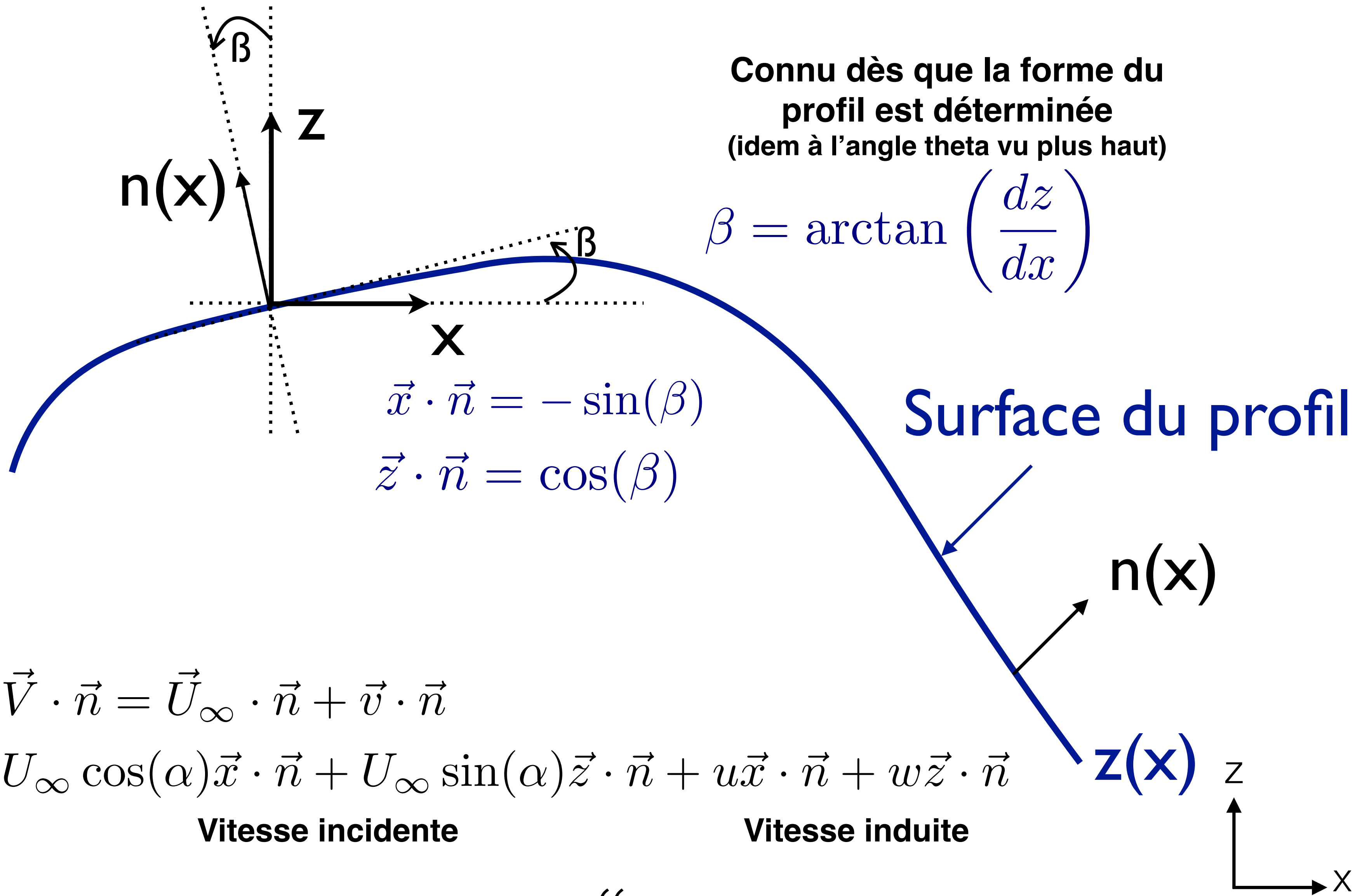


$$\vec{U}_\infty = U_\infty \cos(\alpha)\vec{x} + U_\infty \sin(\alpha)\vec{z}$$

$$\vec{v} = u\vec{x} + w\vec{z}$$

7. Champ de vitesse induit

- En termes de conditions aux limites, la paroi est imperméable, donc la composante de la vitesse dans la direction normale à la paroi est nulle.



Connu dès que la forme du profil est déterminée
(idem à l'angle theta vu plus haut)

$$\beta = \arctan\left(\frac{dz}{dx}\right)$$

$$\vec{x}\cdot\vec{n} = -\sin(\beta)$$

$$\vec{z}\cdot\vec{n} = \cos(\beta)$$

$$\begin{aligned} V_n &= \vec{V}\cdot\vec{n} = \vec{U}_\infty\cdot\vec{n} + \vec{v}\cdot\vec{n} \\ &= U_\infty\cos(\alpha)\vec{x}\cdot\vec{n} + U_\infty\sin(\alpha)\vec{z}\cdot\vec{n} + u\vec{x}\cdot\vec{n} + w\vec{z}\cdot\vec{n} \end{aligned}$$

Vitesse incidente **Vitesse induite**

7. Champ de vitesse induit

- La projection de la vitesse dans la direction normale est exprimée en fonction de la forme du profil z(x)

$$\begin{aligned} V_n &= \vec{U}_\infty \cdot \vec{n} + \vec{v} \cdot \vec{n} = U_\infty \cos(\alpha) \vec{x} \cdot \vec{n} + U_\infty \sin(\alpha) \vec{z} \cdot \vec{n} + u \vec{x} \cdot \vec{n} + w \vec{z} \cdot \vec{n} \\ &= -U_\infty \cos(\alpha) \sin(\beta) + U_\infty \sin(\alpha) \cos(\beta) - u \sin(\beta) + w \cos(\beta) \\ &= U_\infty \sin(\alpha - \beta) - u \sin(\beta) + w \cos(\beta) \end{aligned}$$

$$\vec{x} \cdot \vec{n} = -\sin(\beta)$$
$$\vec{z} \cdot \vec{n} = \cos(\beta)$$

$$\Big\downarrow \; \beta = \arctan\left(\frac{dz}{dx}\right)$$

Vent incident

$$\begin{aligned} V_n &= U_\infty \sin\left[\alpha - \arctan\left(\frac{dz}{dx}\right)\right] \\ &- u \sin\left[\arctan\left(\frac{dz}{dx}\right)\right] + w \cos\left[\arctan\left(\frac{dz}{dx}\right)\right] \end{aligned}$$

Induit par le profil

7. Champ de vitesse induit

- La condition d'imperméabilité (vitesse nulle dans la direction normale à la surface) impose donc la relation suivante en tous les points de la surface du profil aérodynamique repérés sur la corde (axe 'x') par la fonction z(x) :

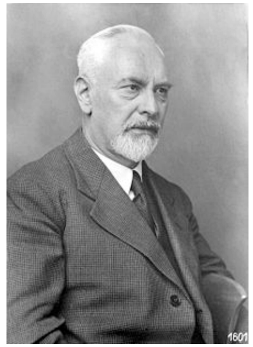
$$U_\infty \sin\left[\alpha - \arctan\left(\frac{dz}{dx}\right)\right] = u \sin\left[\arctan\left(\frac{dz}{dx}\right)\right] - w \cos\left[\arctan\left(\frac{dz}{dx}\right)\right]$$

Forme du profil
exprimée par z(x)

8. Equation des profils minces

- L'équation précédente relie la forme du profil à l'angle d'incidence, à la vitesse incidente et à la vitesse induite.

- Nous allons voir qu'en formulant quelques hypothèses, cette relation permet de calculer la portance d'un profil donné.



Prandlt
1875-1953

Hypothèses des profils minces

- Profil de faible épaisseur : $e_{\max}/c \leq 0.12$

- Profil faiblement cambré : $\dfrac{dz(x)}{dx} < 0.30$

- Angle d'incidence faible : $-15^o \leq \alpha < 15^o$

Munk
1890-1986

8. Equation des profils minces

- L'angle d'incidence alpha et dz/dx sont supposés petits, il est donc légitime de formuler les hypothèses suivantes :

$$\cos(\alpha) \approx 1$$
$$\sin(\alpha) \approx \tan(\alpha) \approx \alpha$$

$$\arctan\left(\frac{dz}{dx}\right) \approx \frac{dz}{dx}$$

- La relation d'imperméabilité devient sous ces conditions :

$$U_\infty \sin\left[\alpha - \arctan\left(\frac{dz}{dx}\right)\right] = u \sin\left[\arctan\left(\frac{dz}{dx}\right)\right] - w \cos\left[\arctan\left(\frac{dz}{dx}\right)\right]$$

$$U_\infty \left[\alpha - \frac{dz}{dx}\right] = u \times \frac{dz}{dx} - w$$

Produit de deux termes petits !

8. Equation des profils minces

- La relation entre les paramètres géométriques et aérodynamiques d'un profil mince sous faible incidence, s'exprime donc sous la forme :

Forme du profil
(cambrure moyenne)

$$U_\infty \left[\alpha - \frac{dz(x)}{dx} \right] = -w(x)$$

Vent incident

Angle
d'incidence

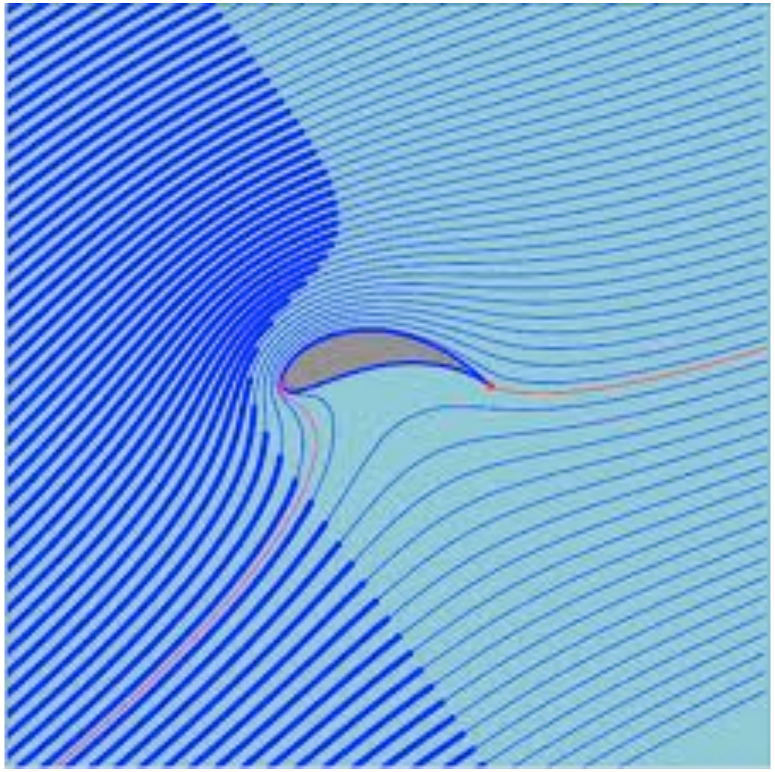
Vitesse induite par le profil
dans la direction verticale

8. Equation des profils minces

- Pour une forme de profil donné (dz(x)/dx)), calculer la composante verticale de la vitesse induite w(x), permet de calculer la portance.
- L'expression de w(x) en fonction d'une quantité judicieusement choisie qui dépend de la portance, apporte des solutions analytiques suivant la théorie des profils minces.
- Cette théorie repose sur le théorème de Kutta-Joukowski, qui relie la portance à la circulation du vecteur vitesse autour du profil.

Introduction à l'Aérodynamique et à la Théorie des Profils

Partie 5 : Portance et circulation

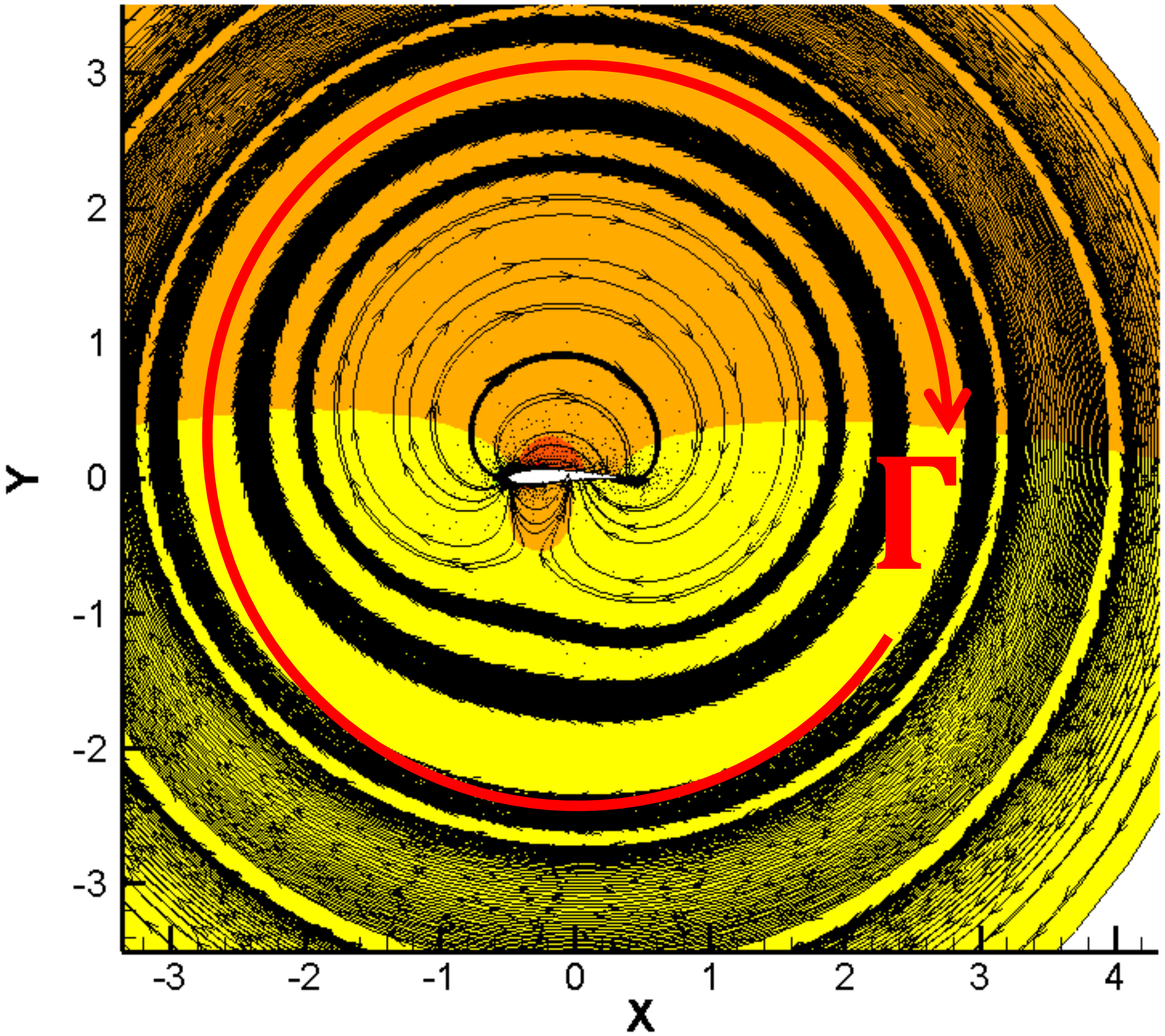


Luc Vervisch *INSA de Rouen Normandie & IUF, CNRS*

9. Circulation d'un champ de vecteurs

- Visualisation des lignes de courant du vecteur de la vitesse de déviation induite par le profil :

Streamlines of vector field $(u - u_0, v)$

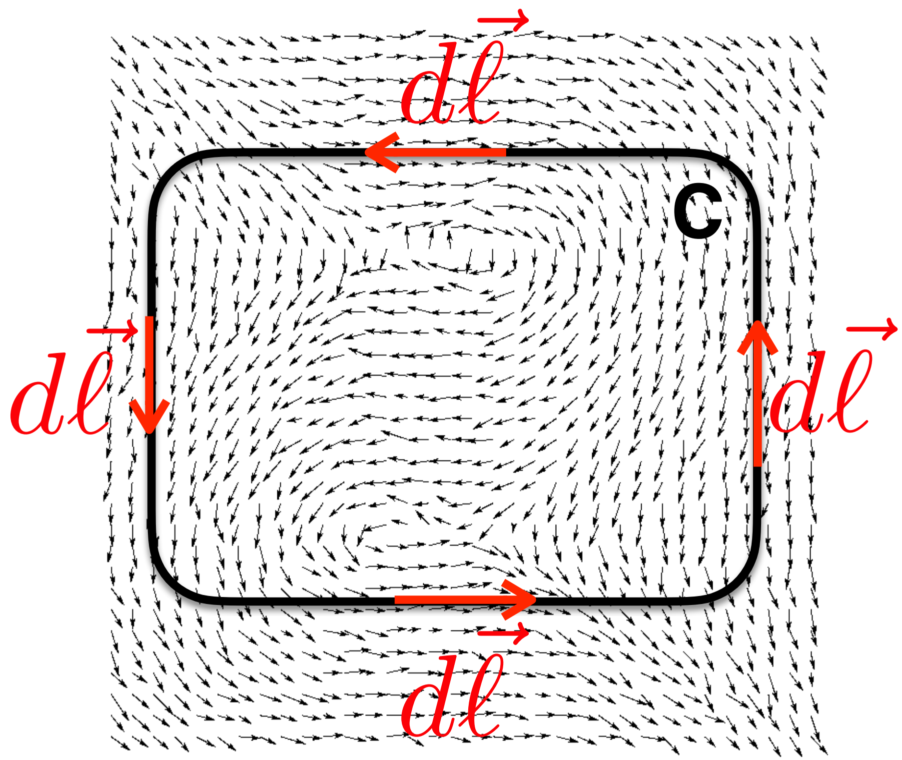


9. Circulation d'un champ de vecteurs

- La circulation d'un champ de vecteurs est l'intégrale sur un circuit fermé du produit scalaire entre ce vecteur et un déplacement élémentaire (compté positivement dans le sens trigonométrique)

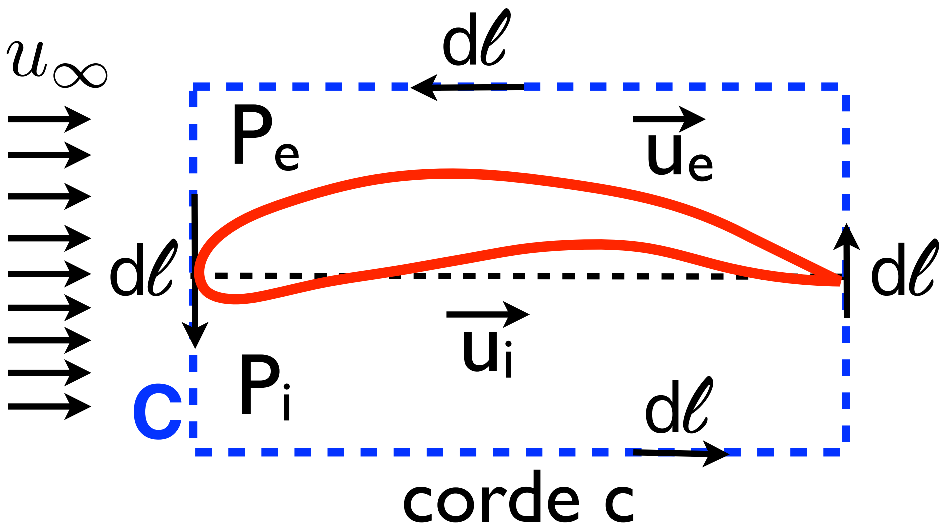
$$\Gamma = -\int_C \vec{u} \cdot d\vec{\ell} = -\int_S \left(\vec{\nabla} \wedge \vec{u}\right) \cdot \vec{n} dS$$

En 3D



9. Théorème de Kutta-Joukowski

- La circulation du champ de vecteur vitesse autour d'un profil est non-nulle et proportionnelle à la portance :



- Circulation

$$\Gamma = -\int_C \vec{u} \cdot d\vec{\ell} = (u_e - u_i)c$$

- Portance pour 1m d'envergure

$$L = (P_i - P_e) \times c$$

- Conservation de l'énergie de l'écoulement incident qui contourne le profil

$$P_\infty + \frac{1}{2}\rho u_\infty^2 = P_i + \frac{1}{2}\rho u_i^2 = P_e + \frac{1}{2}\rho u_e^2$$

9. Théorème de Kutta-Joukowski

- Les variations de vitesse sont petites devant l'écoulement incident, tout comme la différence de vitesse entre l'intrados et l'extrados, la conservation de l'énergie devient :

$$
\begin{aligned}
P_i - P_e &= \frac{1}{2}\rho\left(u_e^2 - u_i^2\right) = \frac{1}{2}\rho u_e^2\left[1 - \left(\frac{u_i}{u_e}\right)^2\right] \\
&= \frac{1}{2}\rho u_e^2\left[1 - \left(1 + \frac{u_i - u_e}{u_e}\right)^2\right] \\
&\simeq \frac{1}{2}\rho u_e^2\left[2\frac{u_e - u_i}{u_e}\right] = \rho(u_\infty + [u_e - u_\infty])(u_e - u_i) \\
&\simeq \rho u_\infty\left(1 + \frac{u_e - u_\infty}{u_\infty}\right)(u_e - u_i) \simeq \rho u_\infty(u_e - u_i)
\end{aligned}
$$

En négligeant le terme au carré

$$L = (P_i - P_e) \times c$$
$$\Gamma = (u_e - u_i)c$$

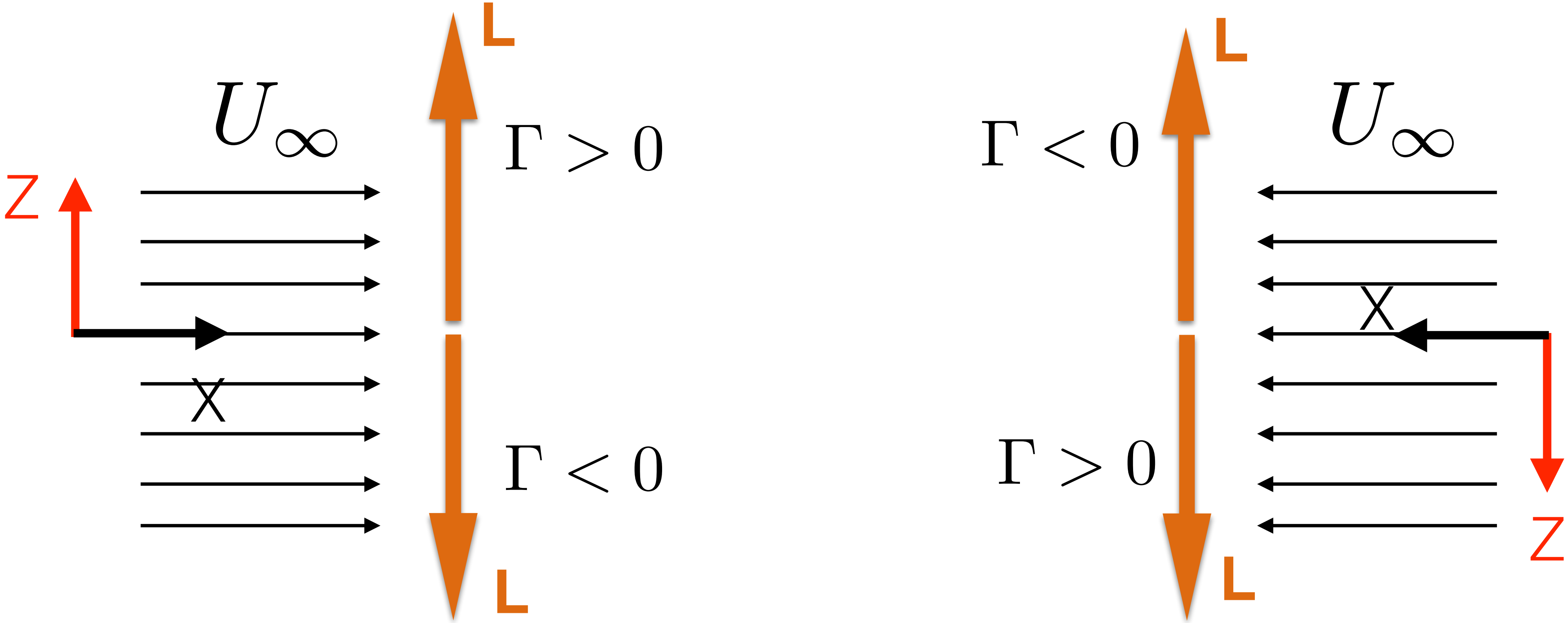
$$\longrightarrow \quad L = \rho u_\infty \Gamma$$

- La connaissance de la circulation autour d'un profil apporte directement la portance.

9. Théorème de Kutta-Joukowski

$$L\vec{Z} = \rho U_\infty \Gamma \vec{Z}$$

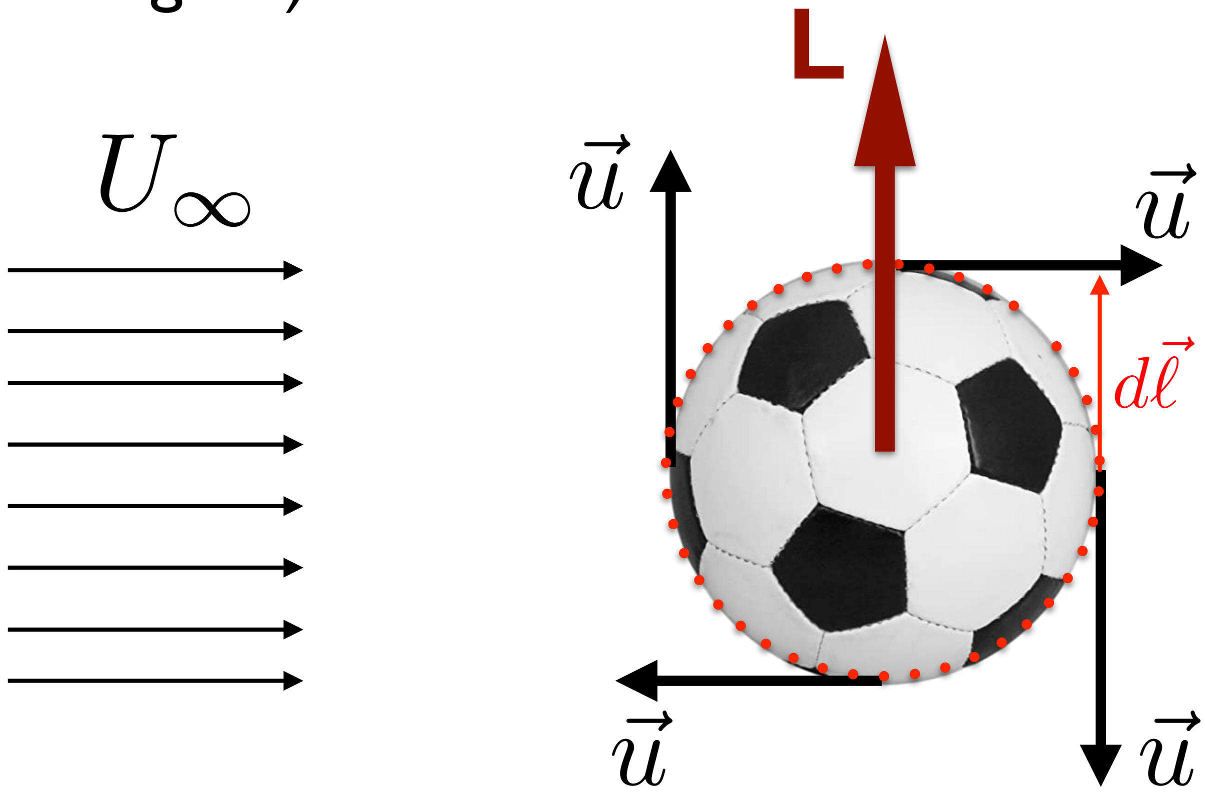
- L'axe de la portance est perpendiculaire au vent incident et la direction de la force est donnée par le signe de la circulation :



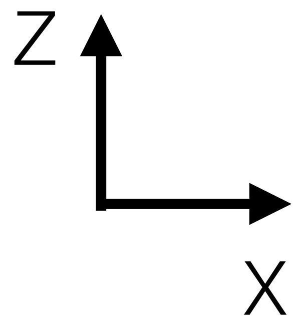
9. Théorème de Kutta-Joukowski

- La relation entre circulation et portance confirme qu'un objet sphérique en rotation ne suit pas une trajectoire rectiligne (effet Magnus).

$$L\vec{Z} = \rho U_\infty \Gamma \vec{Z}$$



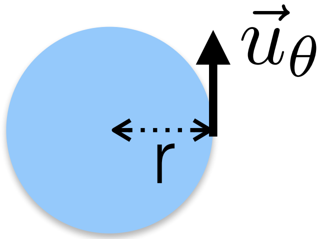
$$\Gamma = -\int_C \vec{u} \cdot d\vec{\ell} > 0$$



10. Vitesse induite par une ligne tourbillonnaire

- La vitesse tangentielle d'un élément de fluide en rotation à la vitesse angulaire Omega et de rayon 'r' s'exprime en fonction de la circulation :

$$\vec{u}_\theta = \dot{\Omega} r \vec{e}_\theta$$



$$\Gamma = -\int_0^{2\pi} \vec{u}_\theta \cdot \underbrace{r d\theta \vec{e}_\theta}_{d\vec{\ell}} = -\dot{\Omega} r^2 \int_0^{2\pi} d\theta = -2\pi \dot{\Omega} r^2$$

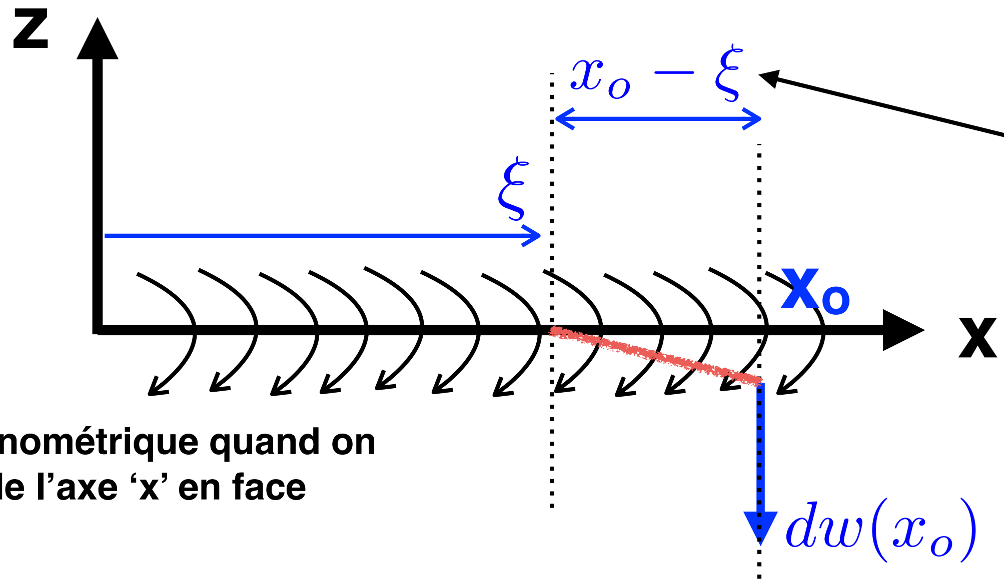
$$\Downarrow$$

$$u_\theta = -\frac{\Gamma}{2\pi r}$$

10. Vitesse induite par une ligne tourbillonnaire

- Un volume élémentaire de fluide en rotation génère une vitesse élémentaire.
- D'après ce que nous venons de voir pour un élément de fluide en rotation, au point x_o la vitesse élémentaire générée par le tourbillon du point xi s'écrit :

$$u_\theta = -\frac{\Gamma}{2\pi r}$$



r: distance entre le point où la vitesse est observée et la position de la ligne tourbillonnaire qui génère cette vitesse

sens trigonométrique quand on regarde l'axe 'x' en face

la vitesse est reportée sur l'axe (la longueur de la ligne rouge est proche de x_o-xi)

Vitesse élémentaire générée en x_o par le tourbillon en xi

$$dw(x_o) = -\frac{d\Gamma(\xi)}{2\pi(x_o - \xi)} = -\frac{\gamma(\xi)d\xi}{2\pi(x_o - \xi)}$$

10. Vitesse induite par une ligne tourbillonnaire

- La vitesse w(xo) générée au point xo par tous les autres points de la ligne tourbillonnaire s'écrit donc :

$$w(x_o) = -\int_0^c \frac{\gamma(\xi)d\xi}{2\pi(x_o - \xi)}$$

- D'après ce que nous avons vu précédemment, le terme gamma(xi)dxi est directement relié à une mesure de portance :

$$L = \rho u_\infty \Gamma = \rho u_\infty \int_0^c d\Gamma(\xi) = \rho u_\infty \int_0^c \gamma(\xi)d\xi$$

10. Vitesse induite par une ligne tourbillonnaire

- La vitesse élémentaire informe sur la distribution de portance :

$$dw(x_o) = -\frac{dL(\xi)}{2\pi\rho U_\infty (x_o - \xi)}$$

- L'equation des profils relie donc la distribution de portance à l'incidence et à la forme du profil :

Forme du profil

Portance

$$\alpha - \frac{dz}{dx}(x_o) = \frac{1}{2\pi\rho U_\infty^2} \int_0^c \frac{dL(\xi)}{(x_o - \xi)}$$

Angle d'incidence

Vent incident

11. Equation intégrale des profils

- Avec l'expression de la vitesse verticale repérée par le point 'x' sur la corde en fonction de la circulation, l'équation des profils minces prend une forme où la portance intégrée sur la corde intervient :

$$U_\infty \left[\alpha - \frac{dz(x)}{dx}\right] = -w(x)$$

$$w(x_o) = -\int_0^c \frac{\gamma(\xi)d\xi}{2\pi(x_o - \xi)}$$

$$U_\infty \left[\alpha - \frac{dz(x)}{dx}\right] = \int_0^c \frac{\gamma(\xi)d\xi}{2\pi(x - \xi)}$$

- En terme de portance, l'effet du profil est donc modélisé comme celui induit par une ligne tourbillonnaire.

11. Equation intégrale des profils

- Une feuille de route apparaît pour déterminer la portance en fonction de la forme du profil, il suffit trouver gamma(xi) qui vérifie l'équation des profils minces

Forme du profil

$$U_\infty \left[\alpha - \frac{dz(x)}{dx} \right] = \int_0^c \frac{\gamma(\xi) d\xi}{2\pi(x-\xi)}$$

Ligne tourbillonnaire

$$\gamma(\xi)$$

Portance

$$L = \rho U_\infty \Gamma$$

$$\Gamma = \int_0^c \gamma(\xi) d\xi$$

Circulation

11. Equation intégrale des profils

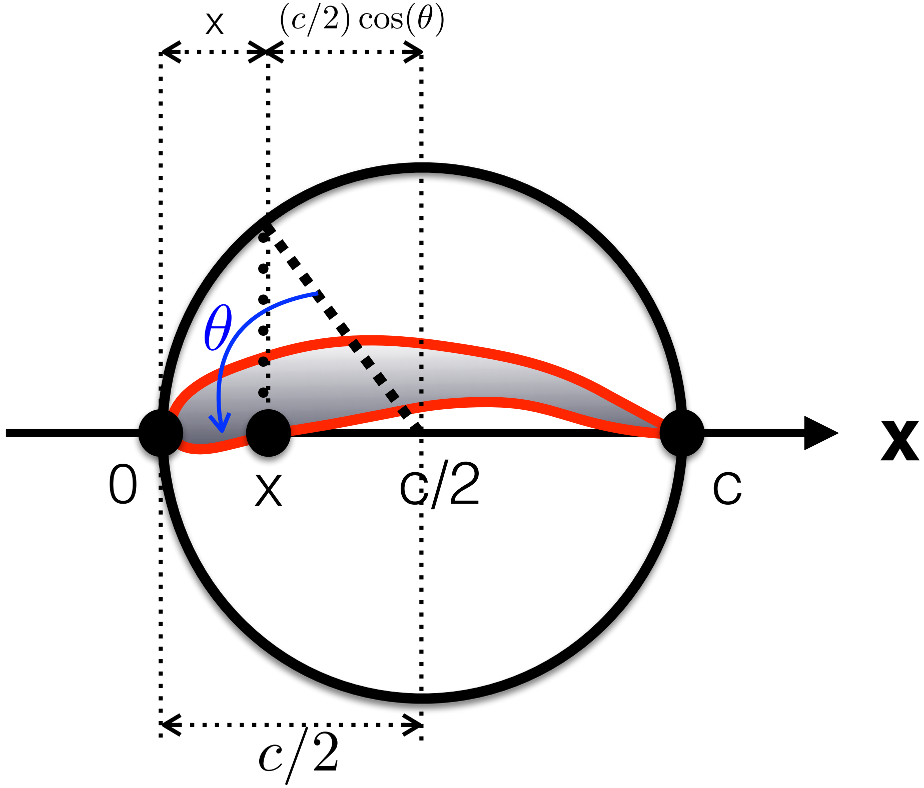
- La relation entre la forme du profil et la distribution de portance (ou de pression) s'écrit donc :

$$
\begin{aligned}
\frac{dz}{dx}(x) &= \alpha - \frac{1}{U_\infty} \int_0^c \frac{\gamma(\xi)d\xi}{2\pi(x-\xi)} \\
&= \alpha - \frac{1}{U_\infty} \int_0^c \frac{d\Gamma}{2\pi(x-\xi)} \\
&= \alpha - \frac{1}{\rho U_\infty^2} \int_0^c \frac{dL}{2\pi(x-\xi)} \\
&= \alpha - \frac{1}{\rho U_\infty^2} \int_0^c \frac{(P_i(\xi) - P_e(\xi))d\xi}{2\pi(x-\xi)}
\end{aligned}
$$

- Méthode directe : choisir z(x) et chercher la distribution de portance qui en découle.
- Méthode inverse : choisir la distribution de portance (ou la distribution de la différence de pression intrados/extrados) et calculer la forme z(x) correspondante.

11. Equation intégrale des profils

- Cette équation admet des solutions analytiques, mais pour les observer il faut passer en coordonnées polaires :



$$x = \frac{c}{2}(1-\cos(\theta))$$

$$dx = \frac{c}{2}\sin(\theta)d\theta$$

variable d'intégration

$$F(x) = \int_0^c \frac{\gamma(\xi)}{x-\xi}d\xi = F(\theta) \quad = \int_0^\pi \frac{\gamma(\theta^*)(c/2)\sin(\theta^*)}{(c/2)(1-\cos(\theta))-(c/2)(1-\cos(\theta^*))}d\theta^*$$

variable d'intégration

$$= \int_0^\pi \frac{\gamma(\theta^*)\sin(\theta^*)}{\cos(\theta^*)-\cos(\theta)}d\theta^*$$

11. Equation intégrale des profils

- L'équation à résoudre en coordonnée polaire s'écrit donc :

Vent incident — Forme du profil — Angle d'incidence

$$U_\infty \left[\alpha - \frac{dz}{dx}(\theta)\right] = \frac{1}{2\pi}\int_0^\pi \frac{\gamma(\theta^*)\sin(\theta^*)}{\cos(\theta^*)-\cos(\theta)}d\theta^*$$

Ligne tourbillonnaire

$$\gamma(\theta)$$

$$\Gamma = \frac{c}{2}\int_0^\pi \gamma(\theta^*)\sin(\theta^*)d\theta^*$$

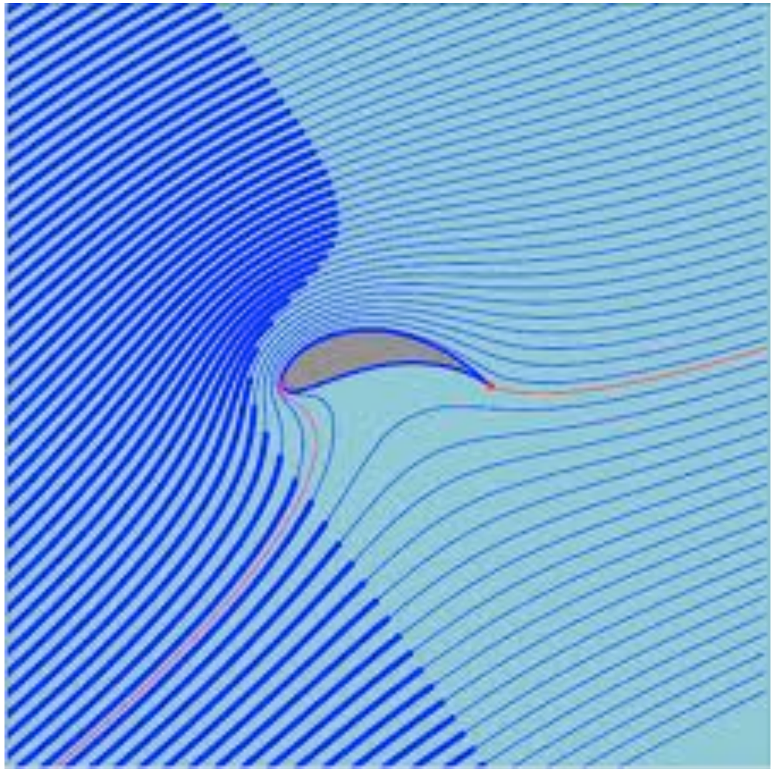
Circulation

Portance

$$L = \rho U_\infty \Gamma$$

Introduction à l'Aérodynamique et à la Théorie des Profils

Partie 6 : Profils minces symétriques



Luc Vervisch *INSA de Rouen Normandie & IUF, CNRS*

12. Intégrales de Glauert (1892-1934)

- La relation suivante est vérifiée pour n entier positif :

$$\int_0^\pi \frac{\cos n\theta^*}{\cos\theta^* - \cos\theta} d\theta^* = \frac{\pi \sin n\theta}{\sin\theta}$$

$$\Downarrow$$

$$\int_0^\pi \frac{1}{\cos(\theta^*) - \cos(\theta)} d\theta^* = 0$$

$$\int_0^\pi \frac{\cos(\theta^*)}{\cos(\theta^*) - \cos(\theta)} d\theta^* = \pi$$

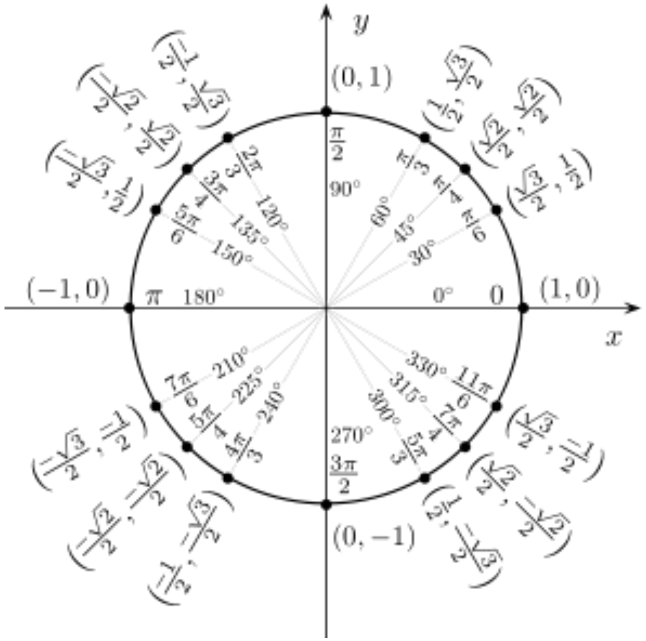
12. Intégrales de Glauert (1892-1934)

- Intégrale avec le sinus :

$$\int_0^{\pi} \frac{\sin(n\theta^*)\sin\theta^*}{\cos\theta^* - \cos\theta} d\theta^* = -\pi\cos(n\theta)$$

13. Relations sinus/cosinus utiles pour la suite

$$\cos^2(a) + \sin^2(a) = 1$$



$$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$$
$$\cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$$

$$\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$$
$$\sin(a-b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b)$$

$$\cos^2(a) = \frac{1}{2}\left(1 + \cos(2a)\right)$$

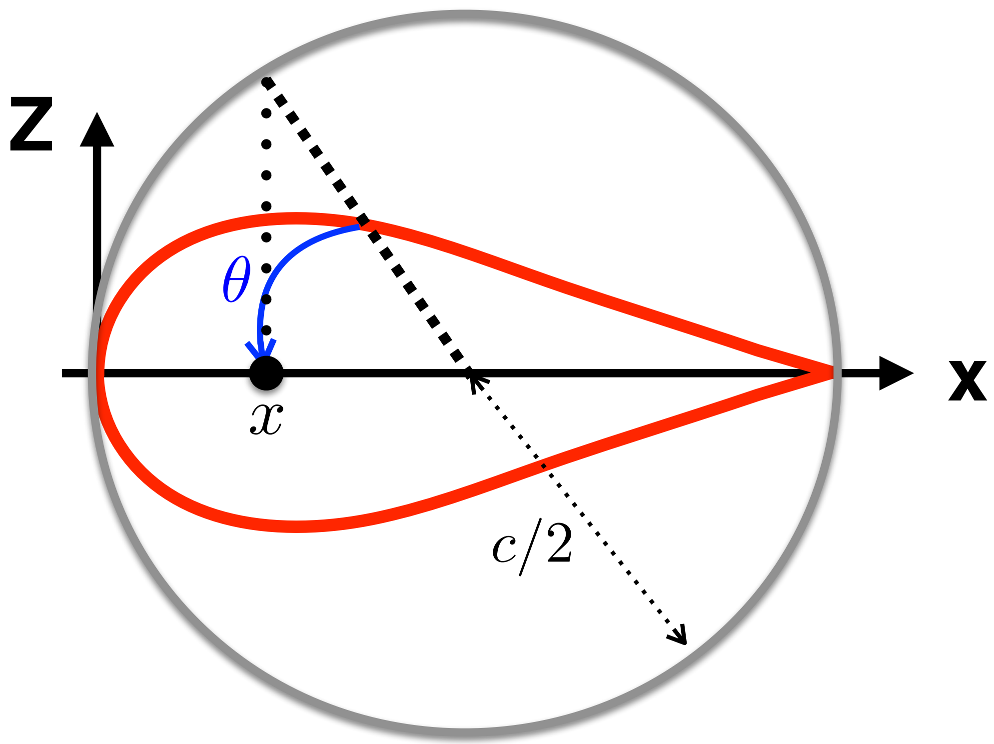
$$\cos^3(a) = \frac{3\cos(a) + \cos(3a)}{4}$$

$$\cos^4(a) = \frac{1}{8}\cos(4a) + \frac{1}{2}\cos(2a) + \frac{3}{8}$$

14. Profils minces symétriques

- Commençons par un profil symétrique, dans ce cas dz(x)/dx = 0 et il faut trouver gamma(theta) qui vérifie :

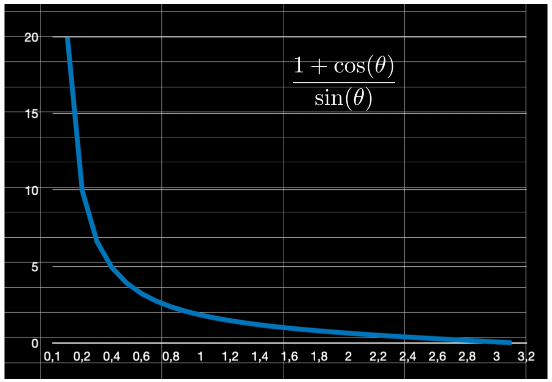
$$U_\infty \alpha = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \frac{\gamma(\theta^*) \sin(\theta^*)}{\cos(\theta^*) - \cos(\theta)} d\theta^*$$



14. Profils minces symétriques

- D'après les intégrales de Glauert, les deux premiers termes d'un développement en cosinus divisé par le sinus sont solutions :

$$
\begin{aligned}
U_\infty \alpha &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \overbrace{\frac{2U_\infty \alpha (1+\cos(\theta^*))}{\sin(\theta^*)}}^{\gamma(\theta^*)} \frac{\sin(\theta^*)}{\cos(\theta^*)-\cos(\theta)} d\theta^* \\
&= U_\infty \alpha \frac{1}{\pi} \left[\underbrace{\int_0^\pi \frac{1}{\cos(\theta^*)-\cos(\theta)} d\theta^*}_{=0} + \underbrace{\int_0^\pi \frac{\cos(\theta^*)}{\cos(\theta^*)-\cos(\theta)} d\theta^*}_{=\pi} \right]
\end{aligned}
$$



$$\gamma(\theta) = 2U_\infty \alpha \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)}$$

14. Profils minces symétriques

- Une fois la circulation élémentaire déterminée, la circulation et la portance sont connues :

$$\Gamma = \int_0^c \gamma(\xi)d\xi = \frac{c}{2}\int_0^\pi \gamma(\theta^*)\sin(\theta^*)d\theta^* \quad = \quad U_\infty \alpha c \int_0^\pi (1+\cos(\theta^*)d\theta^*$$

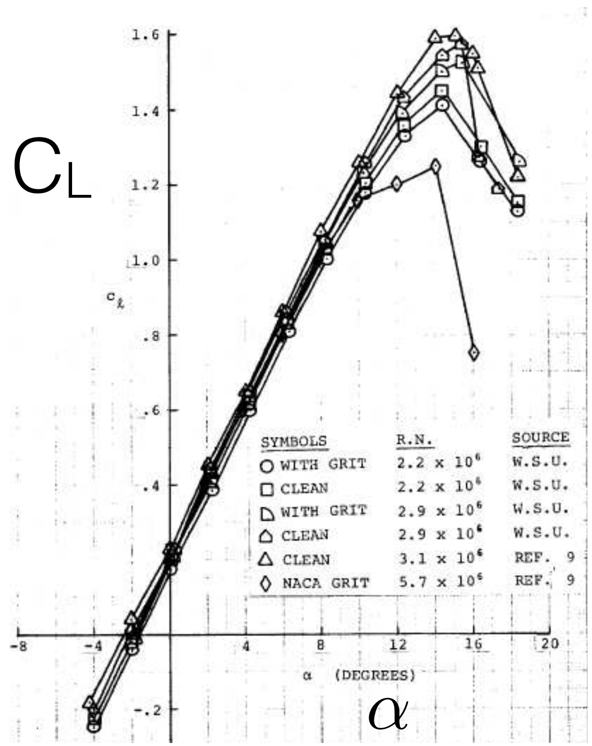
$$= \quad \pi U_\infty \alpha c$$

$$L = \rho U_\infty \Gamma = \rho U_\infty^2 \pi \alpha c$$

$$C_L = \frac{L}{q_\infty c} = \frac{\rho U_\infty^2 \pi \alpha c}{0.5 \rho U_\infty^2 c} = 2\pi\alpha$$

- La portance d'un profil mince symétrique augmente donc linéairement avec l'angle d'incidence.

- Ceci est bien vérifié expérimentalement jusqu'au décrochage.



14. Profils minces symétriques

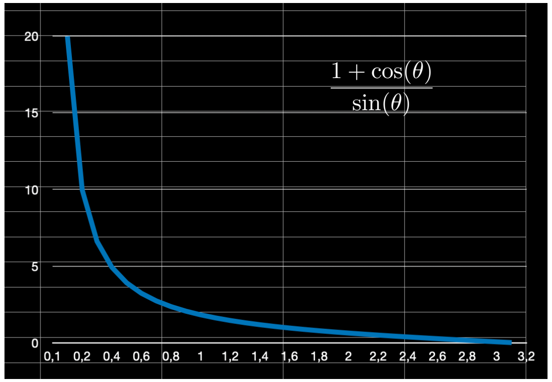
- La distribution de pression est accessible via la portance élémentaire :

$$dL = \rho U_\infty d\Gamma = \rho U_\infty \gamma(x) dx = \frac{c}{2} \rho U_\infty \gamma(\theta) \sin(\theta) d\theta$$

$$dL = (P_i(x) - P_e(x)) dx \times 1 = (P_i(\theta) - P_e(\theta)) \frac{c}{2} \sin(\theta) d\theta$$

$$P_i(\theta) - P_e(\theta) = \rho U_\infty \gamma(\theta)$$

$$P_i(\theta) - P_e(\theta) = \rho U_\infty \gamma(\theta) = 2\rho U_\infty^2 \alpha \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)}$$



14. Profils minces symétriques

- Le moment au bord d'attaque de la portance du profil mince symétrique se calcule de façon similaire à partir de l'élément de portance :

$$
\begin{aligned}
M_{BA} = \int_0^c dM_{BA} &= -\int_0^c \xi dL = -\rho U_\infty \int_0^c \xi \gamma(\xi) d\xi \\
&= -\rho U_\infty \int_0^\pi \frac{c}{2}(1-\cos(\theta^*)) \left[2U_\infty \alpha \frac{1+\cos(\theta^*)}{\sin(\theta^*)} \right] \frac{c}{2} \sin(\theta^*) d\theta^* \\
&= -\rho U_\infty^2 \alpha \frac{c^2}{2} \int_0^\pi (1-\cos^2(\theta^*)) d\theta^* \\
&= -\rho U_\infty^2 \alpha \frac{c^2}{2} \left[\pi - \int_0^\pi \frac{1}{2}(1+\cos(2\theta^*)) d\theta^* \right] \\
&= -\rho U_\infty^2 \alpha \frac{c^2}{2} \left[\pi - \frac{\pi}{2} \right] = -\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 \alpha c^2 \frac{\pi}{2} = -q_\infty \alpha c^2 \frac{\pi}{2}
\end{aligned}
$$

14. Profils minces symétriques

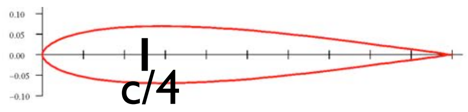
- Le coefficient de moment s'exprime pour ces profils en fonction du coefficient de portance :

$$C_{M,BA} = \frac{M_{BA}}{q_\infty c^2} = -\frac{\pi\alpha}{2} = -\frac{C_L}{4}$$

- Le moment en tout point s'exprime en fonction du moment au bord d'attaque :

$$M_{x_o} = -\int_0^c (\xi - x_o)\, dL = M_{BA} + x_o L$$

- En particulier au quart de corde : $M_{c/4} = M_{BA} + \frac{c}{4} L$



- Pour une surface S unitaire suivant l'envergure :

$$C_{M,c/4} = \frac{M_{c/4}}{q_\infty Sc} = \frac{M_{BA}}{q_\infty Sc} + \frac{cL/4}{q_\infty Sc} = C_{M,BA} + \frac{1}{4} C_L = 0$$

- Donc le centre de pression est au quart de corde (moment nul), ainsi que le centre aérodynamique (indépendant de l'angle d'incidence).

14. Profils minces symétriques

- La connaissance de la réponse de la portance à l'incidence, permet d'aborder la réponse de la structure mécanique

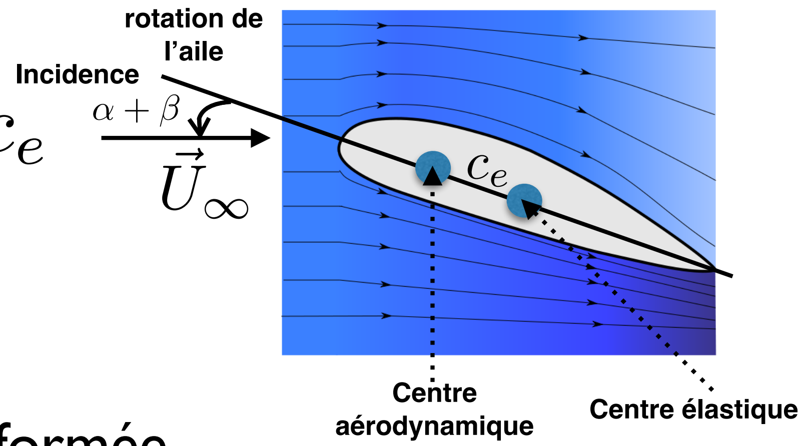
Accélération angulaire

Moment de la portance

$$I\ddot{\beta} + k\beta = \frac{1}{2}\rho U_\infty^2 c 2\pi(\alpha + \beta)c_e$$

Inertie

Force de rappel de la structure autour du point de rotation



- L'équation d'équilibre quasi statique est transformée avec le temps normalisée : $\tau = t\sqrt{k/I}$

Dérivée maintenant par rapport à tau

$$\ddot{\beta} + \beta = \frac{\rho U_\infty^2 c\pi c_e}{k}(\alpha + \beta)$$

- Le nombre de Cauchy est introduit : $C_Y = \dfrac{\rho U_\infty^2 c^2 \pi}{k}$

$$\ddot{\beta} + \left(1 - C_Y \frac{c_e}{c}\right)\beta = C_Y \frac{c_e}{c}\alpha$$

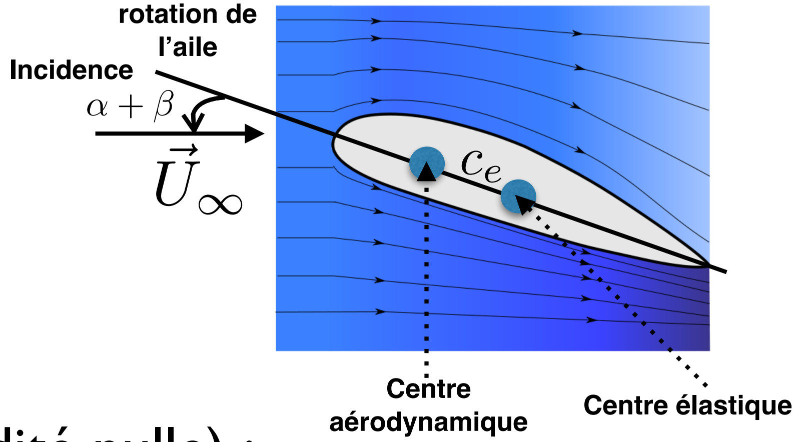
14. Profils minces symétriques

- Equation de type 'oscillateur harmonique' :

$$\ddot{\beta} + \underbrace{\left(1 - C_Y \frac{c_e}{c}\right)}_{\text{rigidité}} \beta = C_Y \frac{c_e}{c} \alpha$$

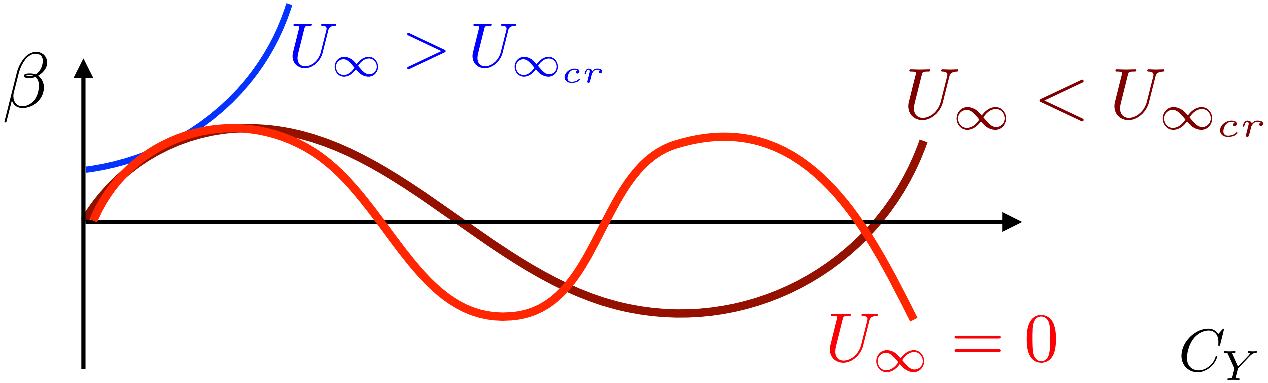
- Solution :

$$\beta = \beta_o \exp\left(i\sqrt{1 - C_Y \frac{c_e}{c}} \times \tau \right) + C$$



- Cauchy et vitesse critique de divergence (rigidité nulle) :

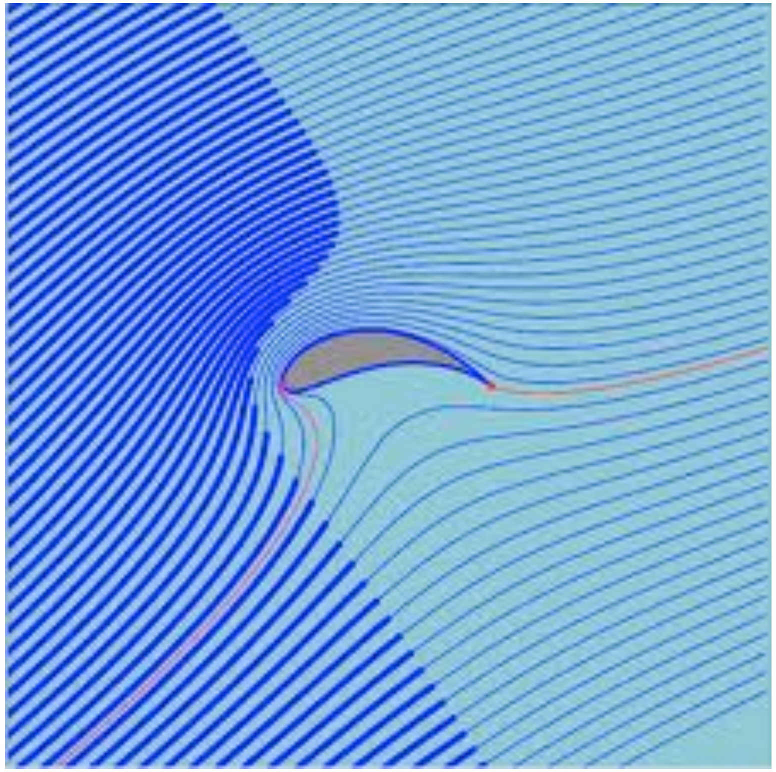
$$C_{Y_{cr}} = c/c_e \qquad U_{\infty_{cr}} = \sqrt{\frac{k}{\rho c c_e \pi}}$$



$$C_Y = \frac{\rho U_\infty^2 c^2 \pi}{k}$$

Introduction à l'Aérodynamique et à la Théorie des Profils

Partie 7 : Profils minces cambrés

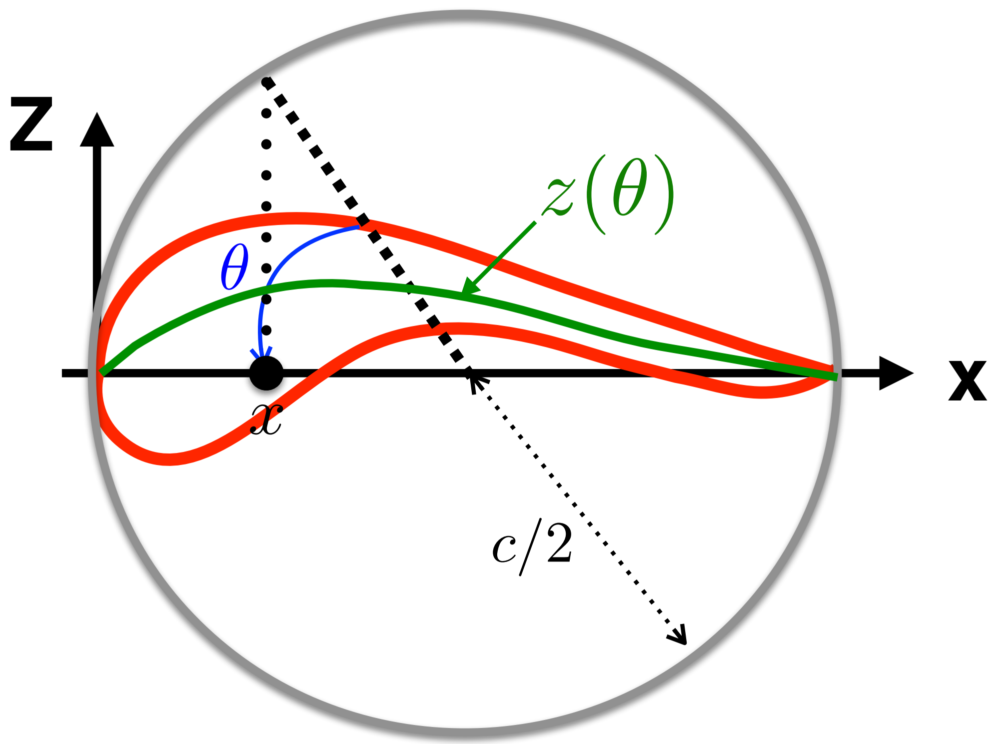


Luc Vervisch *INSA de Rouen Normandie & IUF, CNRS*

15. Profils minces cambrés

- De façon similaire, pour un profil minces cambré, il faut trouver gamma(theta) qui vérifie l'équation intégrale des profils :

$$U_\infty \left[\alpha - \frac{dz}{dx}(\theta)\right] = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \frac{\gamma(\theta^*) \sin(\theta^*)}{\cos(\theta^*) - \cos(\theta)} d\theta^*$$



15. Profils minces cambrés

- Nous allons ajouter à la solution de la distribution tourbillonnaire des profils symétriques un développement en sinus (série de Fourier).
- L'introduction de cette solution dans l'équation intégrale des profils montrera qu'elle est directement liée à un développement de la dérivée de la cambrure suivant un développement de Fourier en cosinus.
- La ligne de cambrure du profil sera alors liée à la distribution tourbillonnaire et donc à la portance.

15. Profils minces cambrés

- Un développement en sinus est ajouté à la forme de la solution du profil symétrique :

$$\gamma(\theta) = 2U_\infty \left(A_o \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\theta) \right)$$

- Introduit dans l'équation intégrale des profils et en utilisant les intégrales de Glauert données ci-dessus :

$$\begin{aligned} U_\infty \left[\alpha - \frac{dz}{dx}(\theta) \right] &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi 2U_\infty A_o \frac{1+\cos(\theta^*)}{\sin(\theta^*)} \frac{\sin(\theta^*)}{\cos(\theta^*) - \cos(\theta)} d\theta^* \\ &+ \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi 2U_\infty \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{\sin(n\theta^*)\sin(\theta^*)}{\cos(\theta^*) - \cos(\theta)} d\theta^* \\ &= U_\infty (A_o - \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\theta)) \end{aligned}$$

15. Profils minces cambrés

- Donc la dérivée de la cambrure est de la forme :

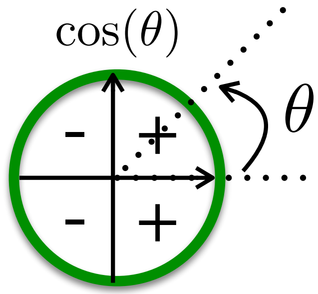
$$\frac{dz}{dx}(\theta) = \alpha - A_o + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\theta)$$

NB: On dérive en ‘x’ et ensuite on exprime en theta

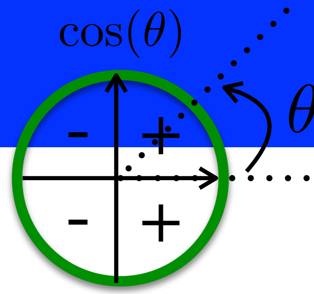
- Comme pour les séries de Fourier, les coefficients A_n sont calculés à partir de la fonction qui a été décomposée (ici dz/dx) :

Fourier
1768-1830

$$\begin{aligned}\int_0^{\pi} \frac{dz}{dx}(\theta^*) d\theta^* &= (\alpha - A_o) \int_0^{\pi} d\theta^* + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \int_0^{\pi} \cos(n\theta^*) d\theta^* \\ &= (\alpha - A_o)\pi + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \times 0\end{aligned}$$



15. Profils minces cambrés



$$\int_0^\pi \frac{dz}{dx}(\theta^*)\cos(m\theta^*)d\theta^* = (\alpha - A_o)\int_0^\pi \cos(m\theta^*)d\theta^* + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \int_0^\pi \underbrace{\cos(n\theta^*)\cos(m\theta^*)d\theta^*}_{\textbf{= 0 sauf quand n=m}}$$

$$= (\alpha - A_o)\times 0 + A_m \int_0^\pi \cos^2(m\theta^*)d\theta^*$$

$$= A_m \times \frac{\pi}{2}$$

$$\int_0^\pi \cos^2(m\theta^*)d\theta^* = \int_0^\pi \sin^2(m\theta^*)d\theta^*$$

$$\int_0^\pi (\cos^2(m\theta^*) + \sin^2(m\theta^*))d\theta^* = \int_0^\pi d\theta^* = \pi$$

- Les coefficients de la ligne tourbillonnaires sont donc directement calculés à partir de la ligne de cambrure

Premier coefficient : $$\alpha - A_o = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi \frac{dz}{dx}(\theta^*)d\theta^*$$

Coefficients d'ordre supérieur : $$A_n = \frac{2}{\pi}\int_0^\pi \frac{dz}{dx}(\theta^*)\cos(n\theta^*)d\theta^*$$

15. Profils minces cambrés

- Méthode directe :
  - ✓ La forme du profil est fixée, la ligne de cambrure est connue.
  - ✓ A partir de dz/dx on calcule les coefficients $A_o, \ldots, A_n$
  - ✓ La distribution de la ligne tourbillonnaire est calculée à partir des A_n et les propriétés du profil (portance, moments) sont déterminées.
- Méthode inverse :
  - ✓ La répartition de pression désirée est fixée (distribution de portance).
  - ✓ A partir d'un bilan de forces, la distribution tourbillonnaire est calculée, les coefficients $A_o, \ldots, A_n$ sont connus ainsi que la ligne de cambrure, donc la forme du profil.

15. Profils minces cambrés

- Circulation du profil :

$$\Gamma = \int_0^c \gamma(\xi)d\xi = \frac{c}{2}\int_0^\pi \gamma(\theta^*)\sin(\theta^*)d\theta^* = U_\infty c\left[A_o\int_0^\pi (1+\cos(\theta^*))d\theta^* + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \overbrace{\int_0^\pi \sin(\theta^*)\sin(n\theta^*)d\theta^*}^{=\pi/2 \text{ si } n=1;\ =0 \text{ sinon}}\right]$$

$$= U_\infty c\pi\left(A_o + \frac{1}{2}A_1\right)$$

- Portance du profil :

$$L = \rho U_\infty \Gamma = \rho U_\infty^2 c\pi\left(A_o + \frac{1}{2}A_1\right) = \rho U_\infty^2 c\pi\alpha + \rho U_\infty^2 c\int_0^\pi \frac{dz}{dx}(\theta^*)(\cos(\theta^*)-1)d\theta^*$$

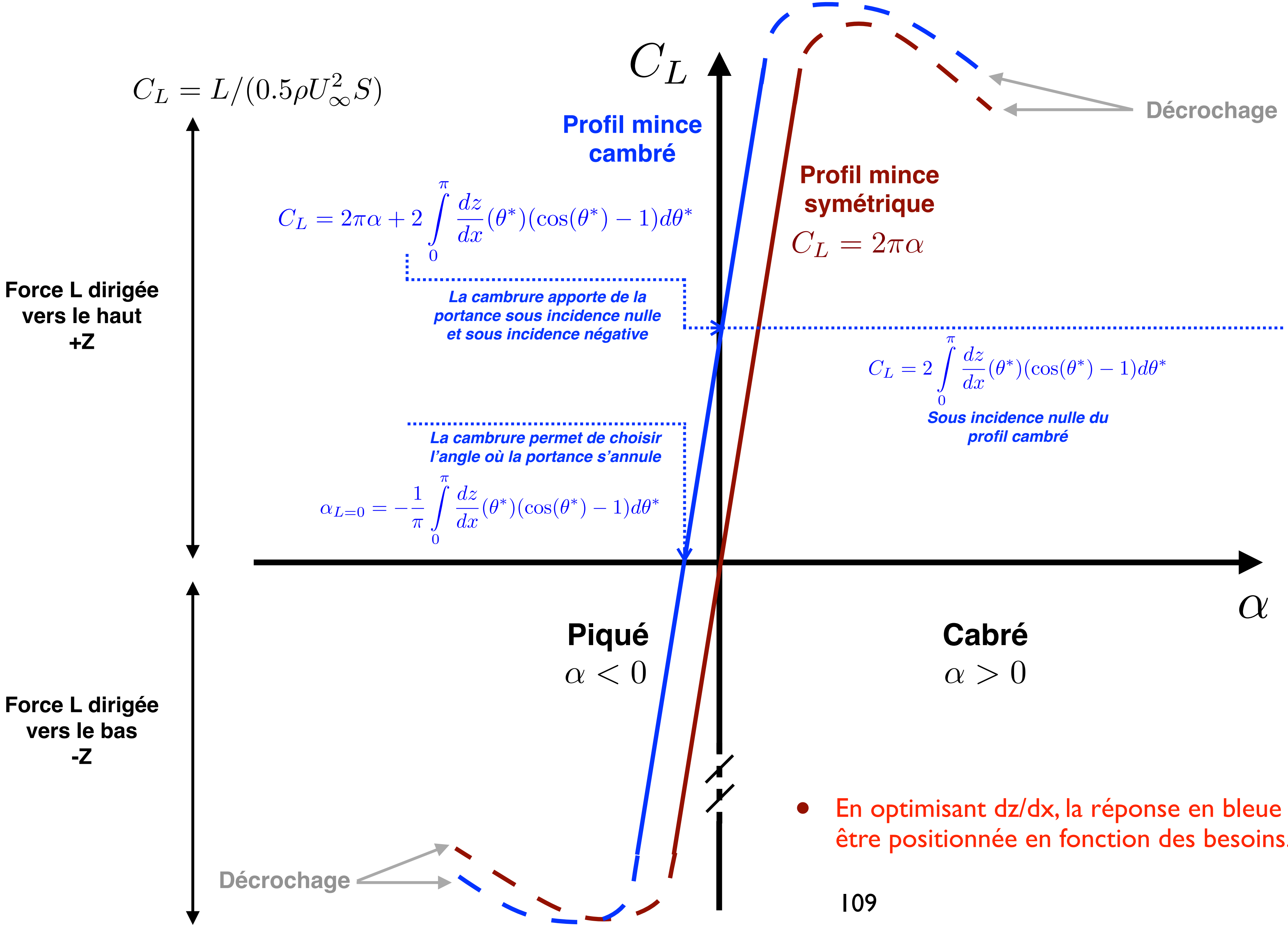
Incidence + cambrure

- Coefficient de portance du profil :

$$C_L = \frac{L}{0.5\rho U_\infty^2 \times c} = \pi\left(2A_o + A_1\right) = 2\pi\alpha + 2\int_0^\pi \frac{dz}{dx}(\theta^*)(\cos(\theta^*)-1)d\theta^*$$

15. Profils minces cambrés

- Polaire type d'un profil mince pour les angles d'incidence portants :



- En optimisant dz/dx, la réponse en bleue peut être positionnée en fonction des besoins.

- **Moment au bord d'attaque :**

$$
\begin{aligned}
M_{BA} = \int_0^c dM_{BA} &= -\int_0^c \xi dL = -\rho U_\infty \int_0^c \xi \gamma(\xi) d\xi \\
&= -\rho U_\infty \int_0^\pi \frac{c}{2}(1-\cos(\theta^*)) 2U_\infty \left[A_o \frac{1+\cos(\theta^*)}{\sin(\theta^*)} + \sum_{n=1}^\infty A_n \sin(n\theta^*) \right] \frac{c}{2} \sin(\theta^*) d\theta^* \\
&= -\rho U_\infty^2 \frac{c^2}{2} \left[A_o \int_0^\pi (1-\cos^2(\theta^*)) d\theta^* + \sum_{n=1}^\infty A_n \int_0^\pi \sin(n\theta^*) \sin(\theta^*)(1-\cos(\theta^*)) d\theta^* \right] \\
&= -\rho U_\infty^2 \frac{c^2}{2} \left[A_o \frac{\pi}{2} + \sum_{n=1}^\infty A_n \left(\overbrace{\int_0^\pi \sin(n\theta^*) \sin(\theta^*) d\theta^*}^{=\pi/2 \text{ si } n=1;\ =0 \text{ sinon}} - \overbrace{\int_0^\pi \sin(n\theta^*) \sin(\theta^*) \cos(\theta^*) d\theta^*}^{=\pi/4 \text{ si } n=2;\ =0 \text{ sinon}} \right) \right] \\
&= -\rho U_\infty^2 \frac{c^2}{2} \left[A_o \frac{\pi}{2} + A_1 \frac{\pi}{2} - A_2 \frac{\pi}{4} \right] = -q_\infty c^2 \underbrace{\frac{\pi}{2} \left(A_o + A_1 - \frac{1}{2} A_2 \right)}_{C_{M,BA} = M_{BA}/(q_\infty c^2)}
\end{aligned}
$$

15. Profils minces cambrés

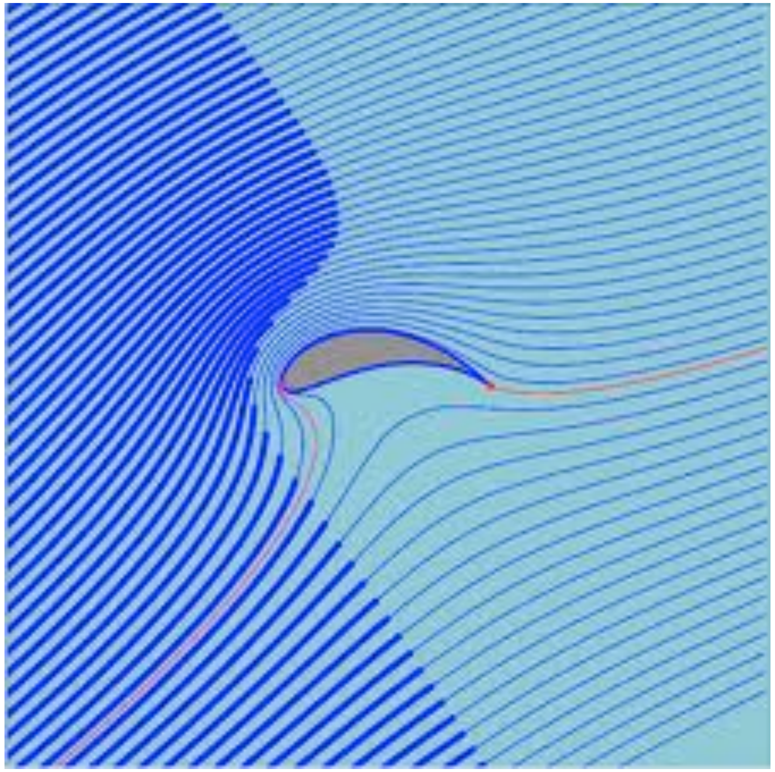
- Coefficients portance, moment BA et c/4 :

$$
\begin{aligned}
C_L &= \pi(2A_o + A_1) \\
C_{M,BA} &= -\frac{\pi}{2}\left(A_o + A_1 - \frac{1}{2}A_2\right) \\
C_{M,c/4} &= C_{M,BA} + \frac{1}{4}C_L = \frac{\pi}{4}(A_2 - A_1)
\end{aligned}
$$

- Le quart de corde n'est pas le centre de pression, contrairement au profil symétrique.
- A_1 et A_2 ne dépendent pas de l'angle d'incidence, donc le quart de corde est le centre aérodynamique des profils minces cambrés.

Introduction à l'Aérodynamique et à la Théorie des Profils

Partie 8 : Décollement des écoulements

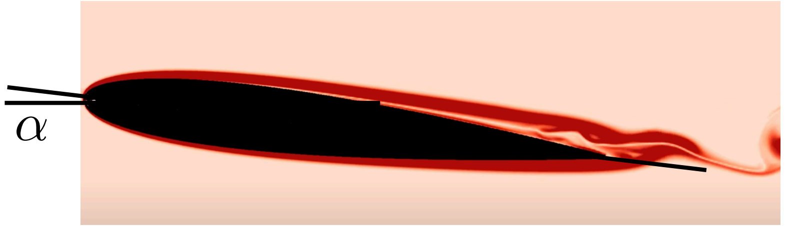


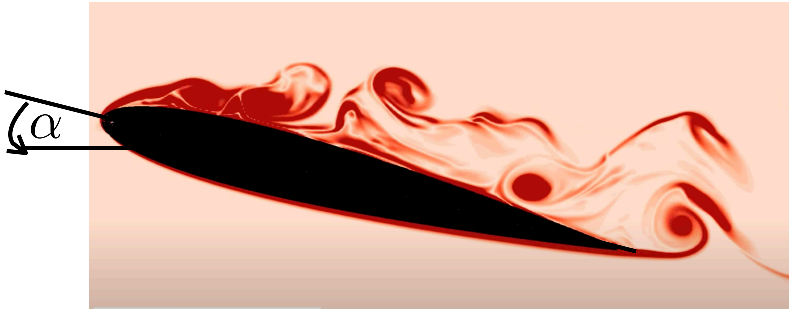
Luc Vervisch ***INSA de Rouen Normandie & IUF, CNRS***

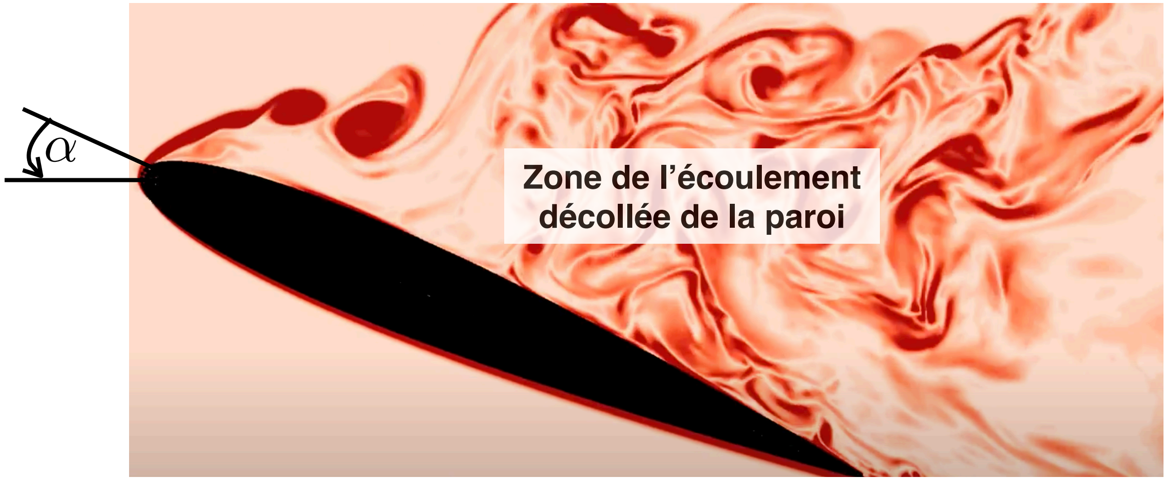
16. Décrochage

- En pratique la portance n'augmente pas indéfiniment avec l'angle d'incidence alpha. Au delà d'un angle limite, les effets liés à la couche limite dominent, effets négligés dans l'analyse précédente.

- Quand la surface iso-vitesse nulle quite la paroi, on parle de décollement de l'écoulement. Dans le cas d'un profil cela conduit rapidement au décrochage : diminution puis perte de la portance.







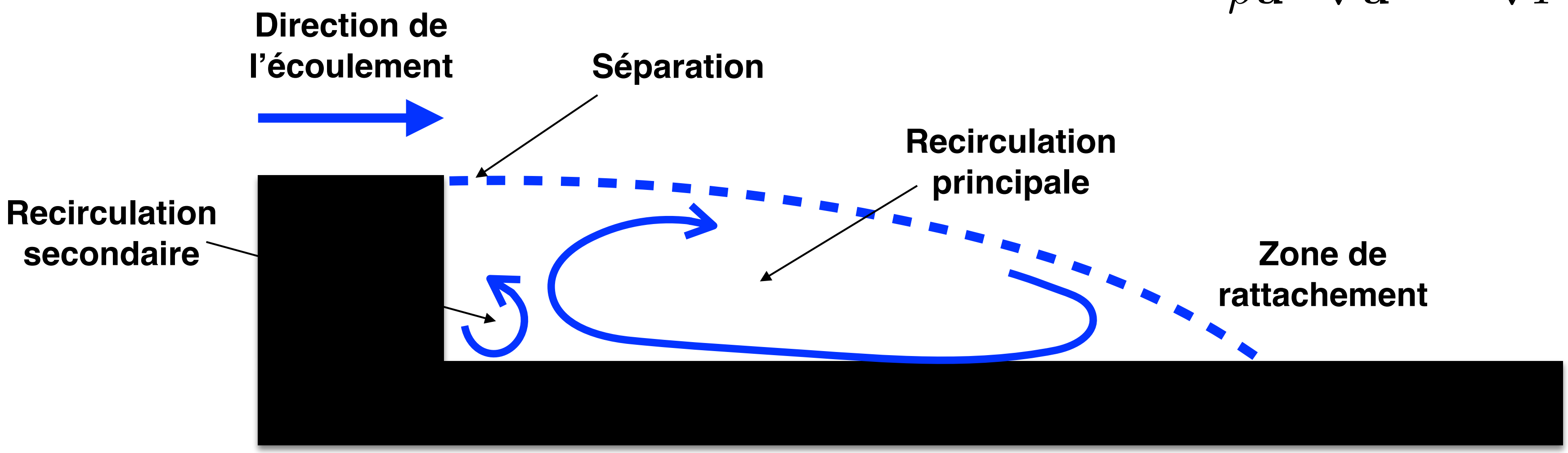
16. Décrochage

- La Théorie des écoulements potentiels que nous avons utilisée ne tient pas compte des effets de la viscosité.
- Quand les couches limites, associées aux phénomènes visqueux, ‘décollent’ la théorie des écoulements potentiels est mise en défaut.
- Ceci se traduit par une perte de portance de l’aile.
- Le décollement apparaît du côté de l’extrados où le gradient de pression est le plus marqué.

16. Décrochage

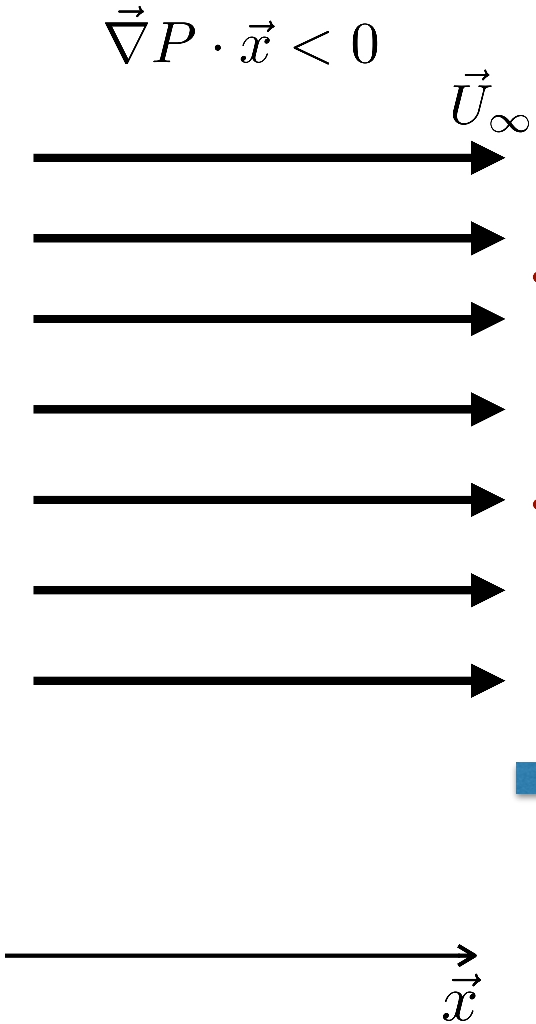
- Un écoulement a décollé d'une paroi quand :
  - ✓ la vitesse dans le voisinage de la paroi est nulle ou négative (i.e., dans le sens opposé de l'écoulement principal) et que le profil de vitesse dans la direction normale à la paroi présente un point d'inflexion,
  - ✓ le gradient de pression dans le sens de l'écoulement est positif, gradient de pression dit 'adverse', la pression augmente dans le sens de l'écoulement.

$$\rho \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{u}$$

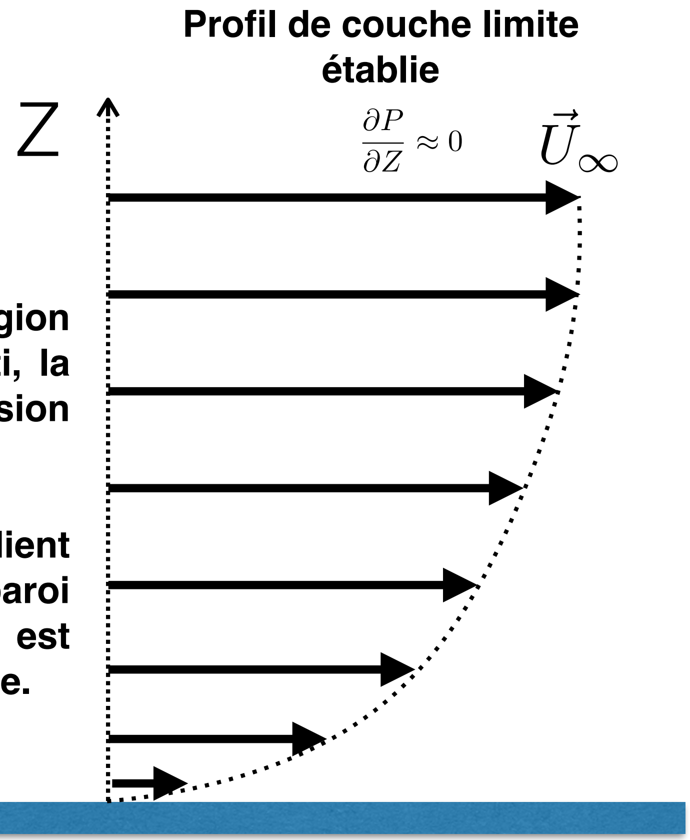


16. Décrochage

- Le ralentissement par une paroi modifie le gradient de pression qui pilote l'écoulement :



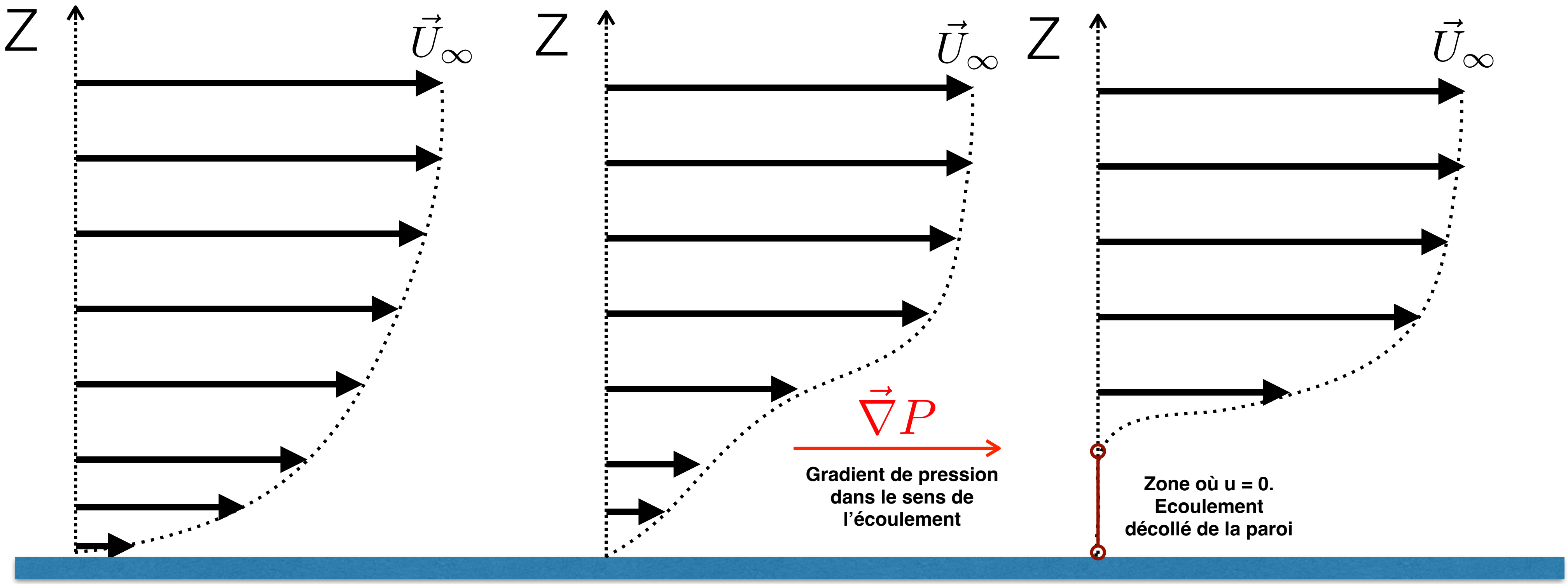
- Au voisinage du bord d'attaque, dans la région très proche de la paroi l'écoulement ralenti, la pression augmente et le gradient de pression longitudinal (x) diminue.
- Une fois la couche limite est établie, le gradient de pression dans la direction normale à la paroi est quasi nul, et la pression à la paroi est proche de la pression dans l'écoulement libre.



$$\rho \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{u}$$

16. Décrochage

- Le décollement provient d'un ralentissement de l'écoulement à la paroi, associé à la forte diminution, voir au changement de sens, du gradient de pression:

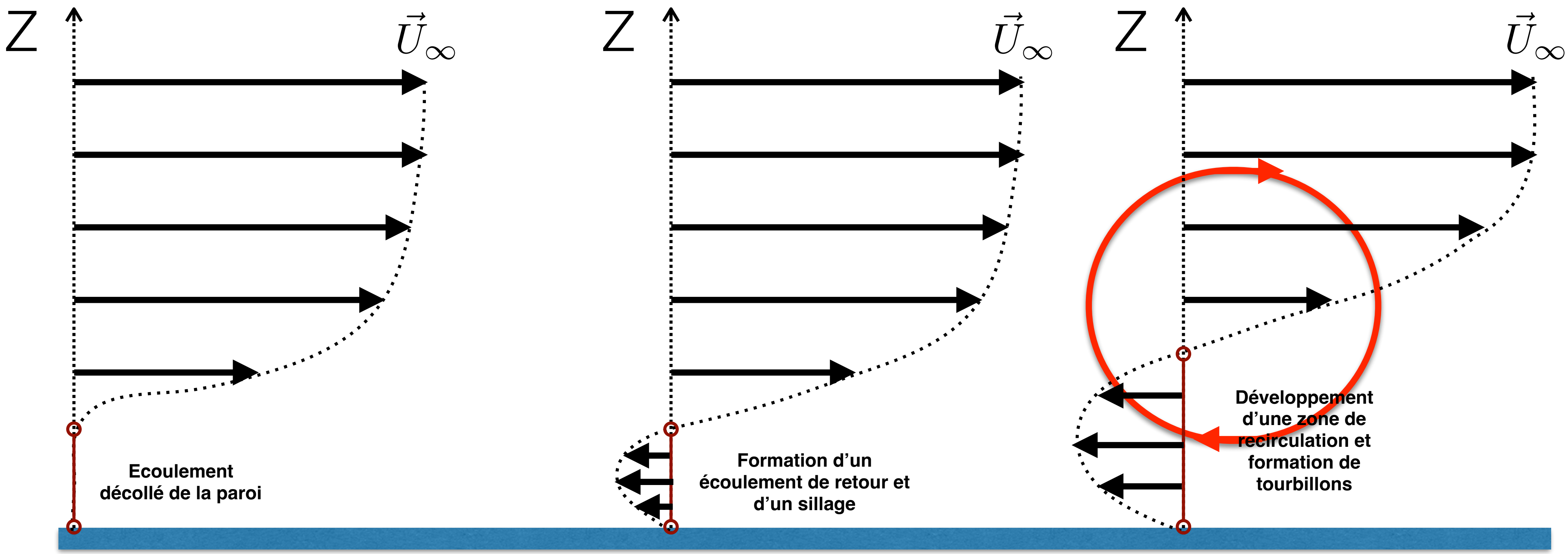


$$\rho \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{u}$$

La différence de pression ralenti l'écoulement

16. Décrochage

- Le ralentissement à la paroi peut aller jusqu'à la formation d'un écoulement de retour :

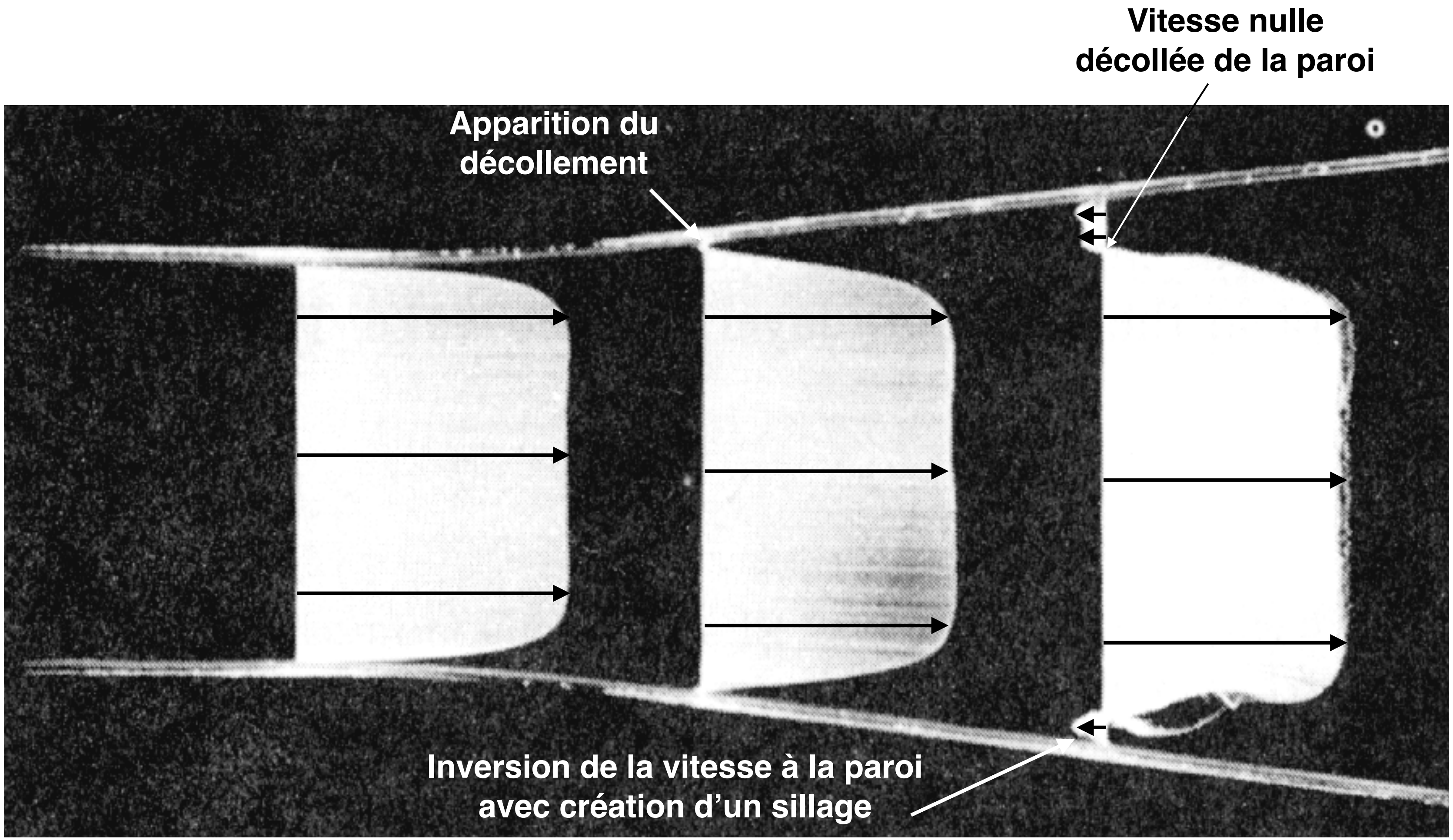


$$\rho \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{u}$$

La différence de pression ralenti l'écoulement

16. Décrochage

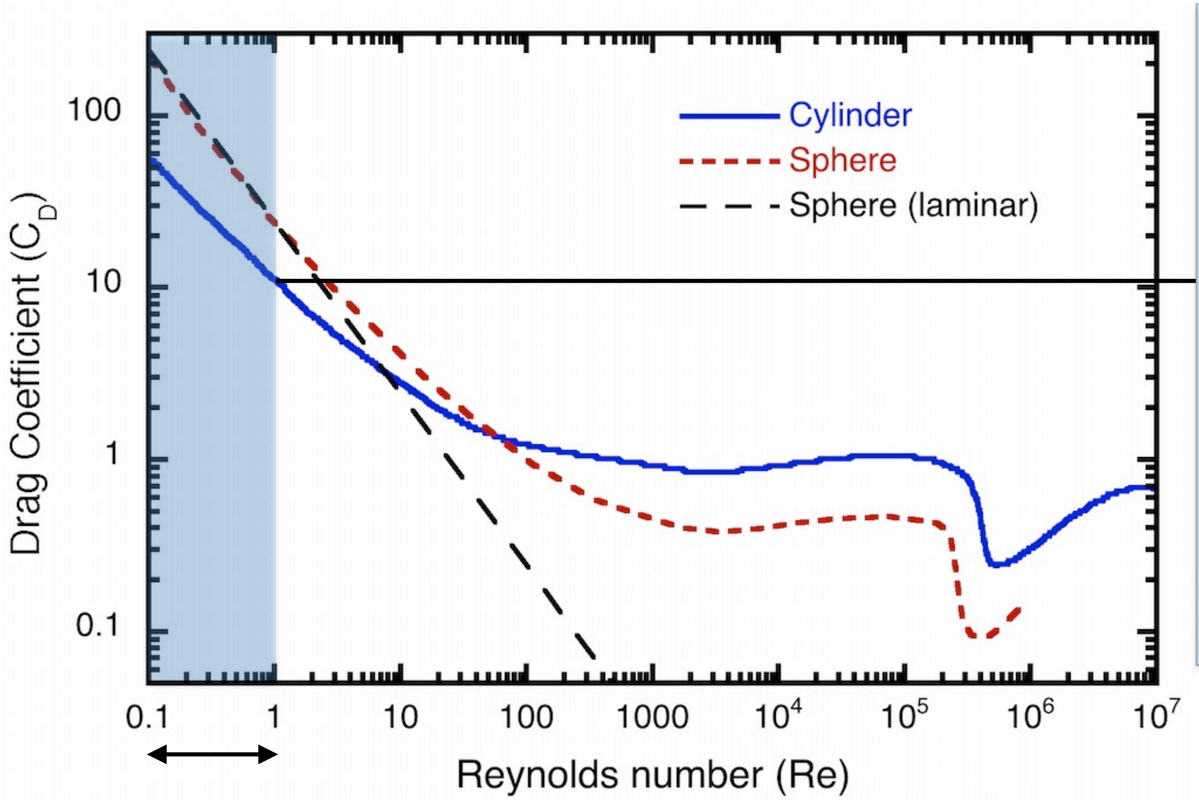
- Dans une conduite dont la section augmente, si le gradient de pression entre l'entrée et la sortie n'est pas assez grand, l'écoulement perd trop de quantité de mouvement à la paroi et décolle dans la zone d'élargissement générant une forte perte de charge :

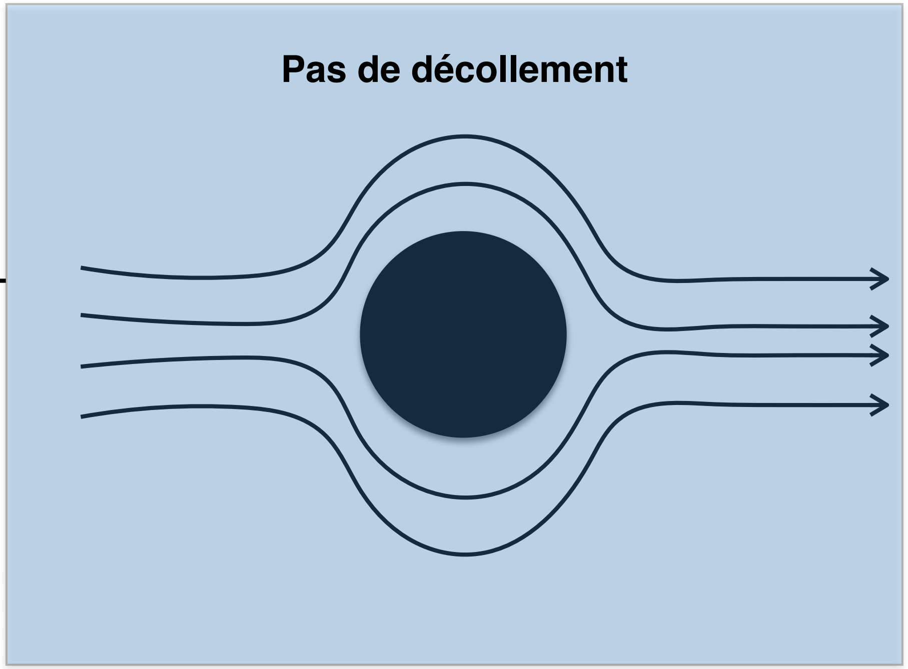


$$\rho \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{u}$$

16. Décrochage

- Le décollement a un très fort impact sur le frottement local et la force de traînée globale.
- Pour des petits nombres de Reynolds (de l'ordre de l'unité), les effets de la dynamique sont faibles par rapport aux effets des forces de viscosité et de pression.
- Le coefficient de frottement évolue alors de façon inversement proportionnelle au Reynolds.



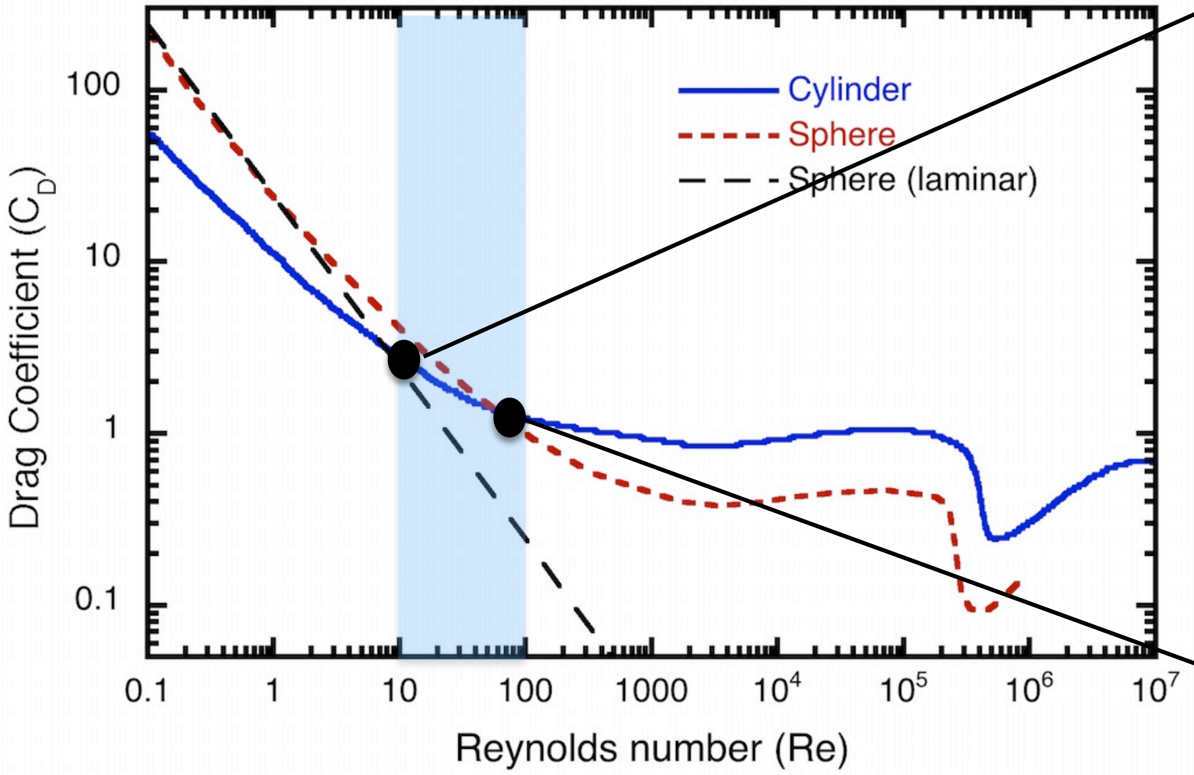


$$Re = \frac{U_\infty d}{\nu} \leq 1$$

16. Décrochage

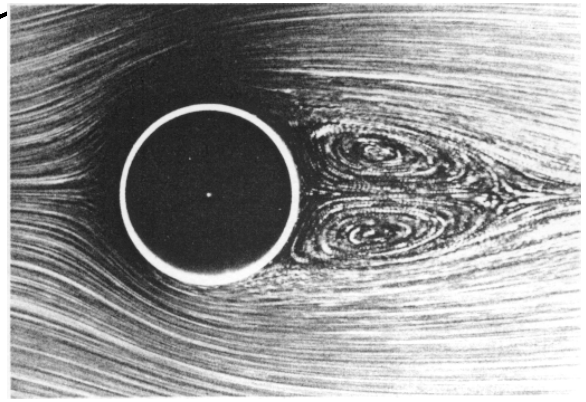
- Pour des nombres de Reynolds modérés, l'écoulement développe une zone décollée.
- La zone décollée est d'abord stationnaire (Re de l'ordre de 10), puis si le Reynolds augmente encore (Re > 100) elle devient instationnaire avec apparition d'une allée tourbillonnaire de Von Karman.
- Le coefficient de frottement continue à diminuer avec le Reynolds et atteint un plateau.

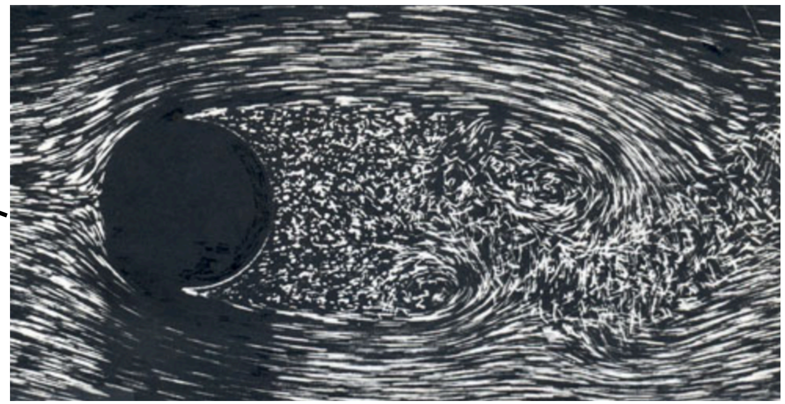
$$D = C_D \times \frac{1}{2}\rho U_\infty^2 \times S = C_D \times \frac{\rho \nu^2}{2d^2} Re^2 \times S$$



$$Re = \frac{U_\infty d}{\nu}$$

Décollement stationnaire

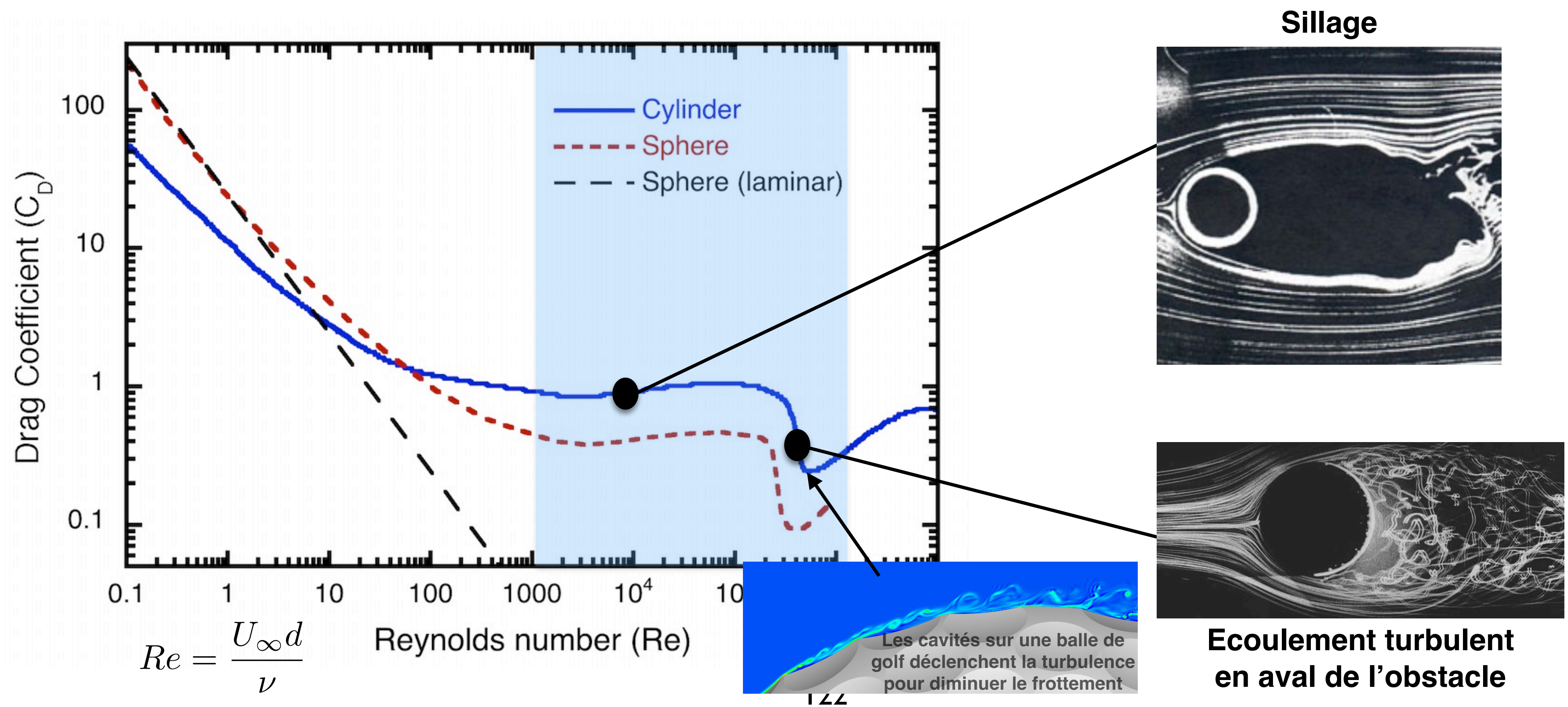




Allée tourbillonnaire de Von Karman

16. Décrochage

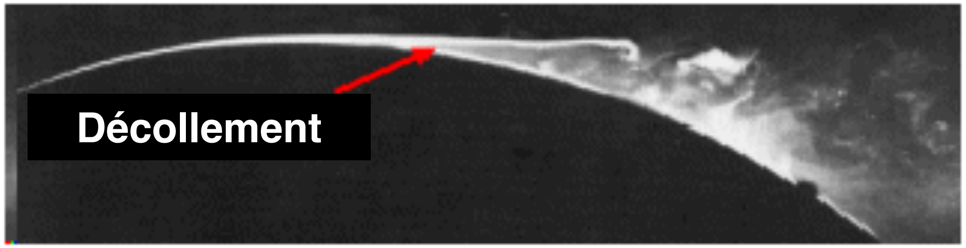
- Pour des nombres de Reynolds entre 10^3 et 10^5, l'écoulement est pleinement décollé. Un gradient de pression adverse est présent sur l'arrière de l'obstacle, favorisant l'épaississement de la couche limite et donc le décollement de l'écoulement avec un sillage prononcé en aval.
- En augmentant encore le Reynolds, la couche limite devient turbulente, les fluctuations de vitesse tendent à homogénéiser l'écoulement en moyenne, ce qui diminue le décollement, le coefficient de frottement diminue alors brutalement.
- Pour Re > 10^6, l'intensification de la turbulence s'accompagne d'une ré-augmentation de C_D.



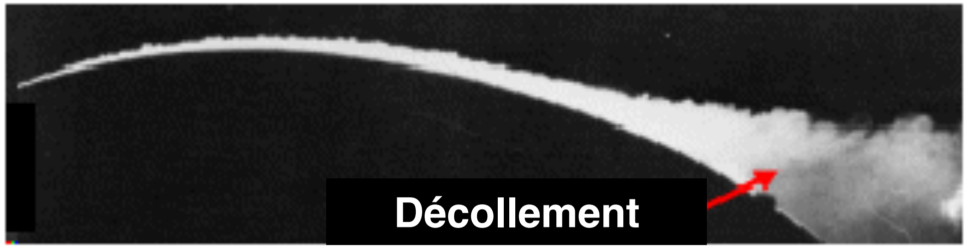
$$Re = \frac{U_\infty d}{\nu}$$

16. Décrochage

- Dans le cas d'un profil aérodynamique sous forte incidence, suivant la forme du profil, le décrochage se développera dans une zone laminaire ou turbulente de l'écoulement, tout dépend de la façon dont la couche limite a évoluée depuis le bord d'attaque :



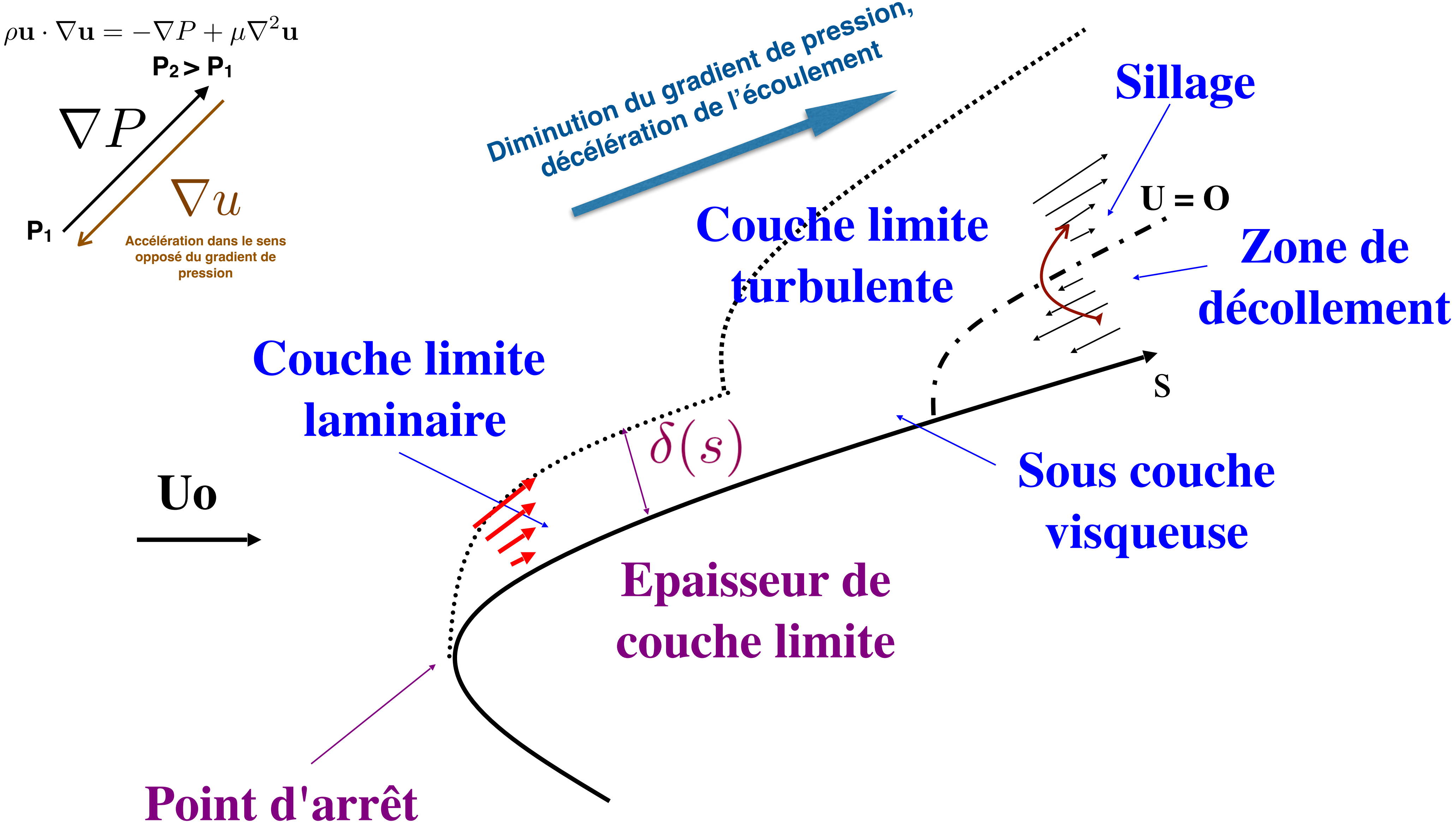
Décollement laminaire



Décollement turbulent

16. Décrochage

- La forme du profil, l'état de sa surface et l'angle d'incidence contrôlent le développement de la couche limite :

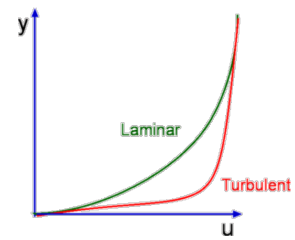


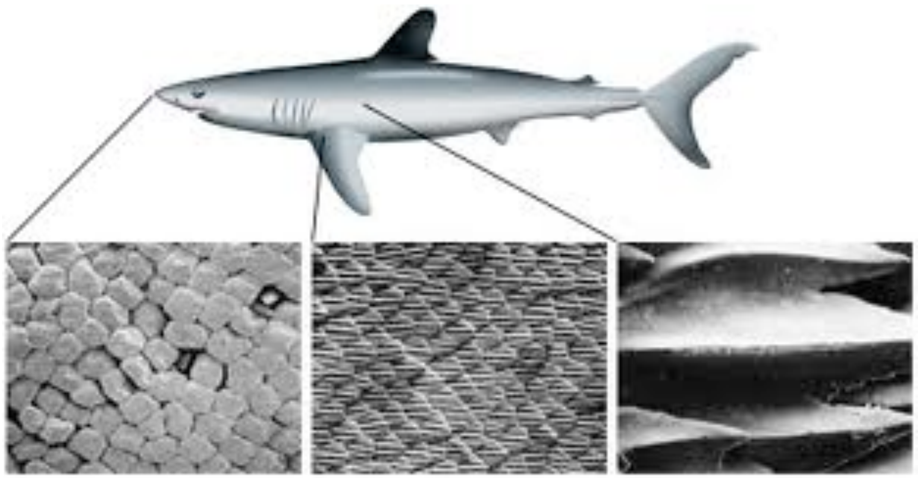
16. Décrochage

- La turbulence (fluctuations de la vitesse dans les trois directions), tend à homogénéiser l'écoulement, donc à diminuer l'effet de sillage.

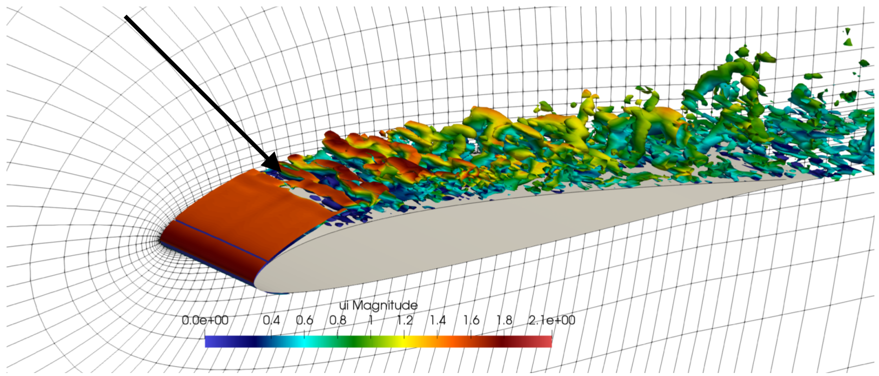
- Mais la turbulence augmente le frottement à la paroi, à travers un gradient de vitesse moyen plus grand.

- Dans la nature, la sélection naturelle (algorithme génétique) a favorisé ceux qui sont équipés pour la transition vers la turbulence juste avant l'apparition d'un sillage, avec éventuellement un 'revêtement' qui piège les petits tourbillons pour diminuer le frottement turbulent…





Transition vers la turbulence

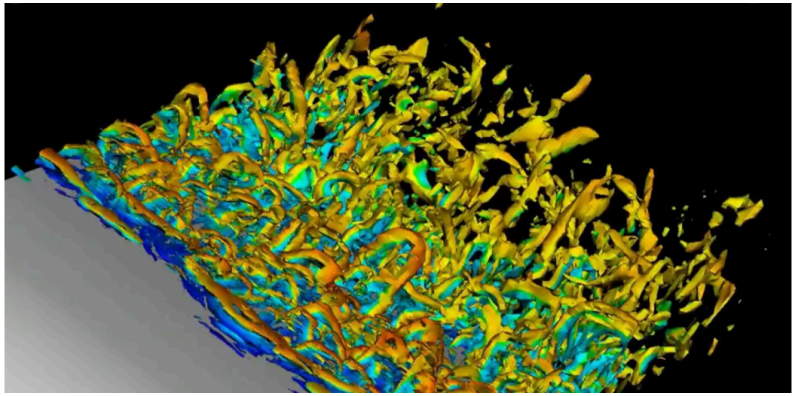


16. Décrochage

- Dans la zone turbulente, l'écoulement présente des fluctuations de vitesse.

- Les composantes du vecteur vitesse sont décomposées en une partie moyenne et une partie fluctuante :

$$u_i(\underline{x}, t) = \overline{u}_i(\underline{x}) + u_i'(\underline{x}, t)$$



Moyenne temporelle de la vitesse

$$\overline{u}_i(\underline{x}) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T u_i(\underline{x}, t) dt$$

- La partie fluctuante présente un caractère aléatoire impossible à prédire (effet papillon, etc.) et l'écoulement turbulent est toujours instationnaire.

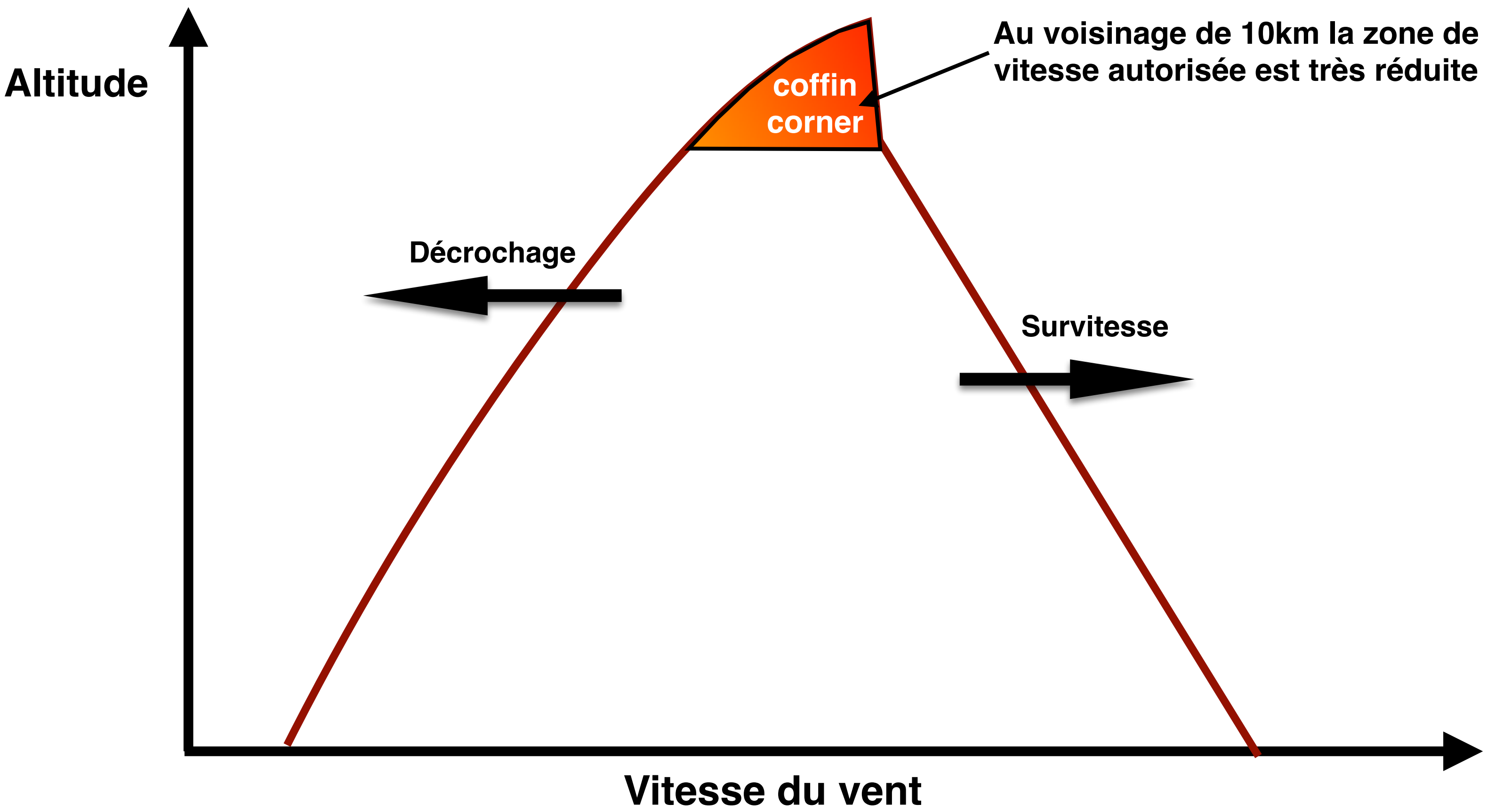
- L'énergie cinétique de la turbulence est utilisée pour caractériser l'intensité du mouvement fluctuant :

$$k = \frac{1}{2}\left(\overline{u_1'^2} + \overline{u_2'^2} + \overline{u_3'^2}\right)$$

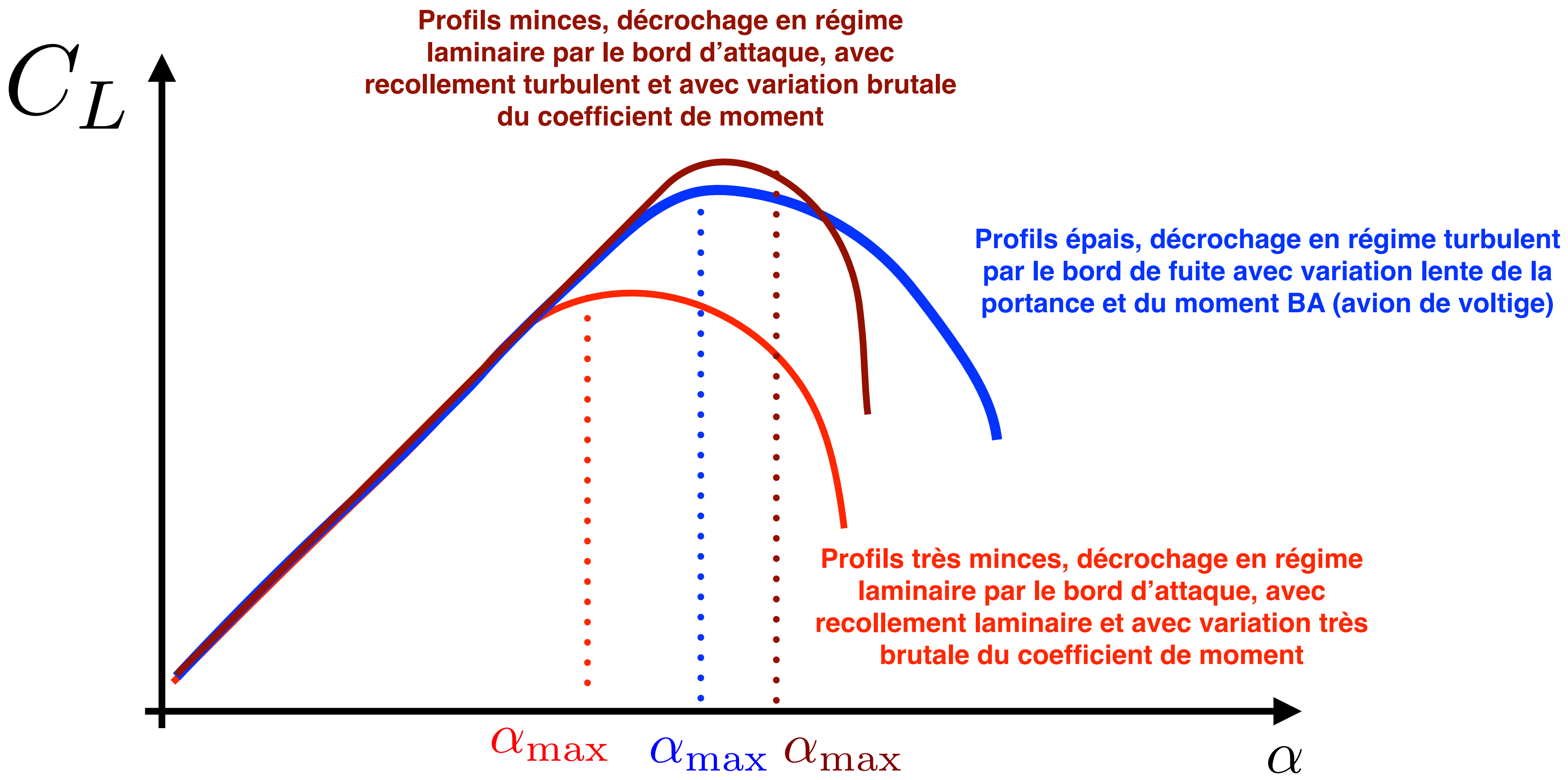
Taux de turbulence : $\dfrac{k^{1/2}}{|\vec{u}|}$

16. Décrochage

- Dans le cas d'un profil d'aile :
  - ✓ l'augmentation de l'altitude conduit à une diminution de la densité de l'air, donc de la portance et favorise le décrochage, qui implique d'augmenter la vitesse du vent avec l'altitude au voisinage du décrochage.
  - ✓ l'augmentation de l'altitude conduit aussi à une diminution de la vitesse du son avec celle de la température, donc au voisinage du nombre de Mach maximum autorisé sur l'aile, la vitesse du vent doit diminuer avec l'altitude pour éviter une situation de survitesse.



- Les profils très minces, minces ou épais ne décrochent de la même façon :

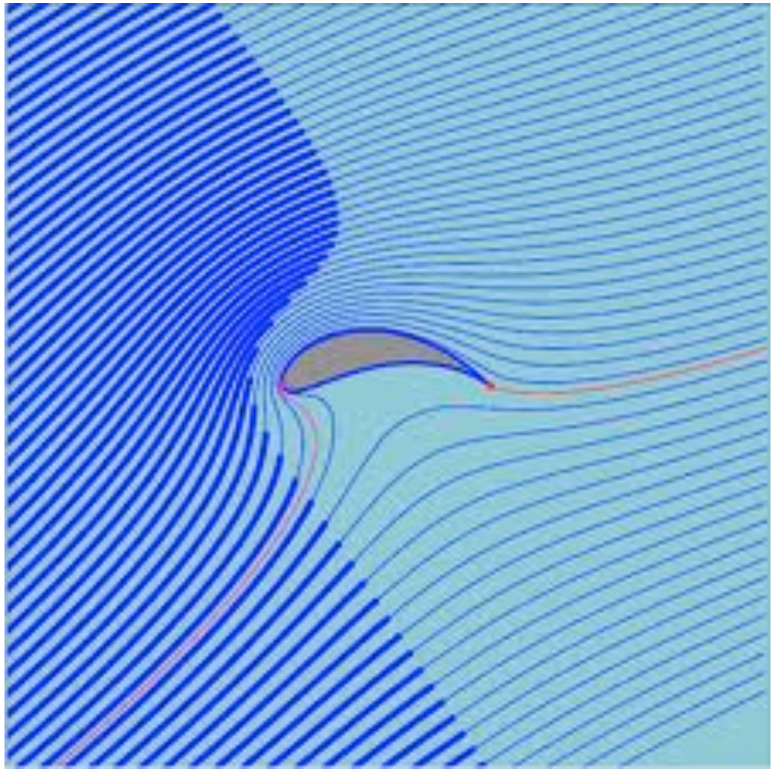


16. Décrochage

- Une forme figée de profil ne permettait pas à un avion de ligne de couvrir tout son domaine de vol :
  - ✓ décollage : portance à forte incidence et vitesse réduite ;
  - ✓ croisière : portance avec faible traînée à faible incidence et grande vitesse ;
  - ✓ atterrissage : portance et forte traînée à faible incidence et vitesse réduite.

Introduction à l'Aérodynamique et à la Théorie des Profils

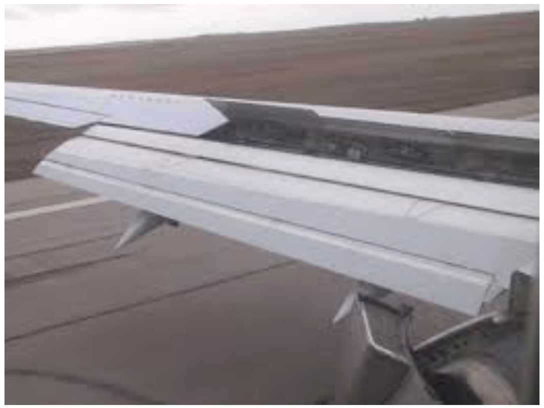
Partie 9 : Profils réels

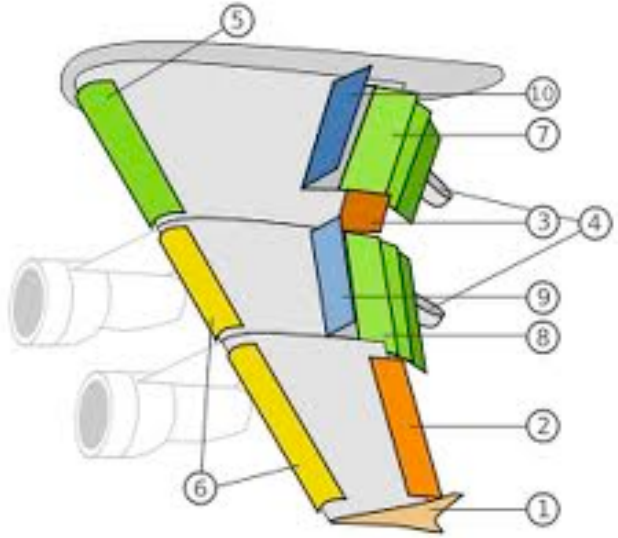


Luc Vervisch *INSA de Rouen Normandie & IUF, CNRS*

17. Dispositifs hypersustentateur

- Une aile d'avion est généralement constituée de plusieurs profils.
- Eléments mobiles qui se déploient ou se replient en fonction des phases de vol.
- L'objectif est d'augmenter temporairement la portance ou/et la traînée.

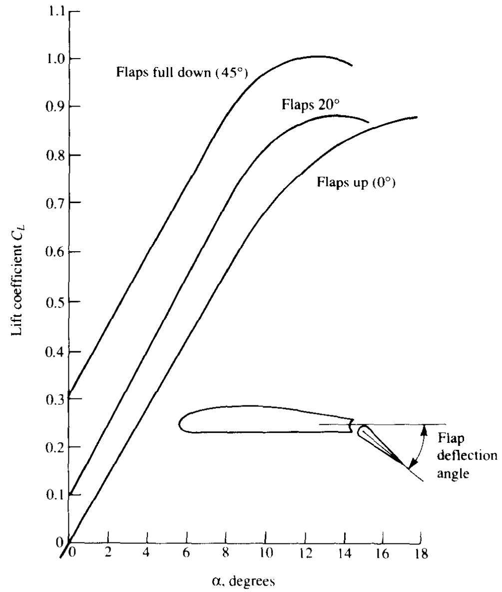


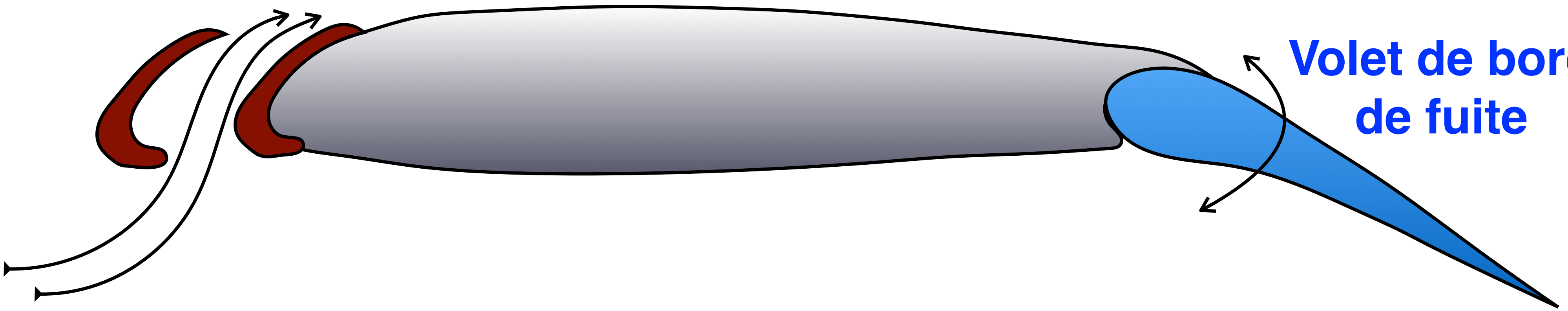


17. Dispositifs hypersustentateur

Bec de bord d'attaque

- Augmente C_L et la valeur de l'angle de décrochage.
- Canalise du fluide en surpression de l'intrados vers l'extrados, afin de retarder le décollement sur l'extrados
- Utilisé au décollage et à l'atterrissage.



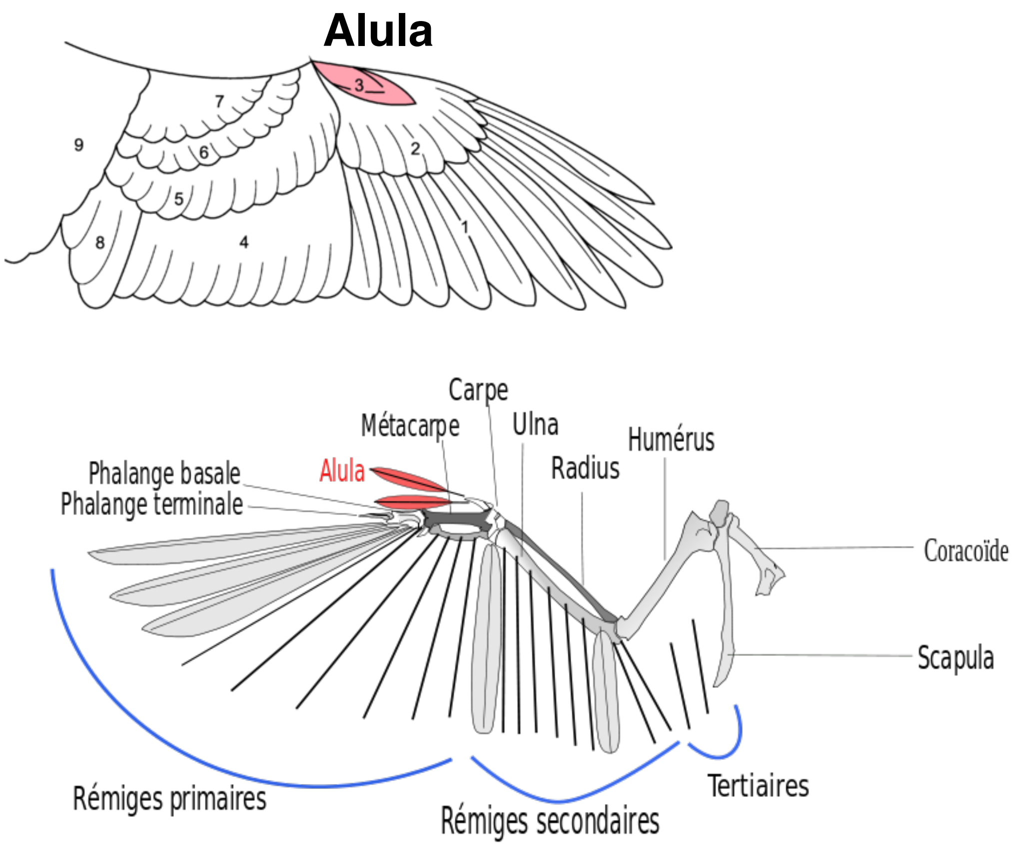


Volet de bord de fuite

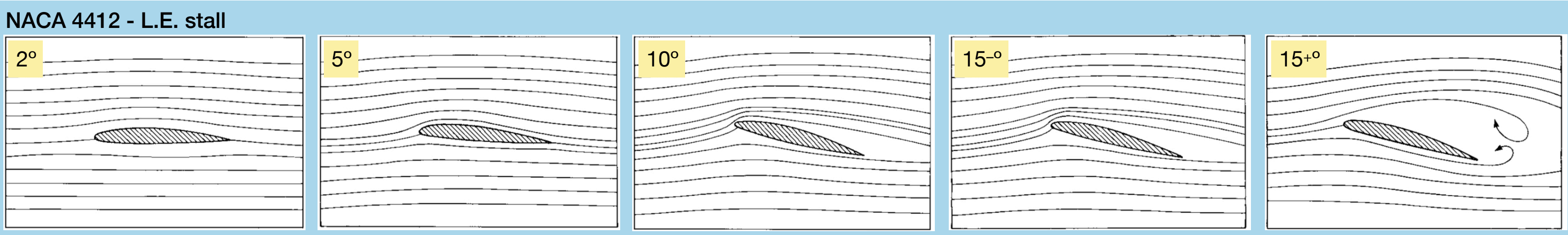
- Augmente la valeur maximale du coefficient de portance C_L lors du décollage.
- Augmente la cambrure et donc globalement la portance du profil pour une incidence donnée.

17. Dispositifs hypersustentateur

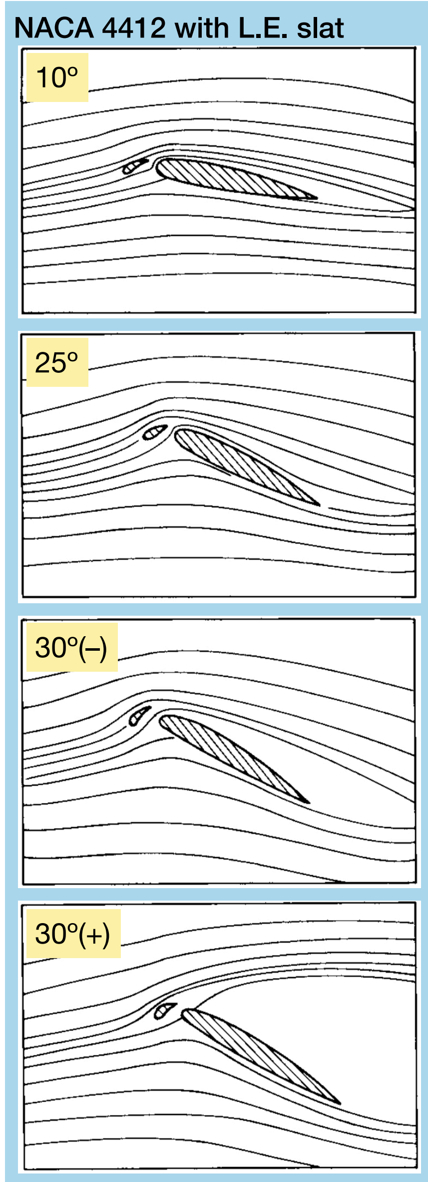
- Dans la nature, les grands oiseaux possèdent des plumes asymétriques, 'Alula' (index et pouce) qu'ils lèvent au dessus du bord d'attaque des ailes pour contrôler la portance à l'atterrissage.



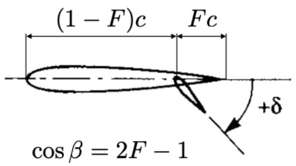
17. Dispositifs hypersustentateur



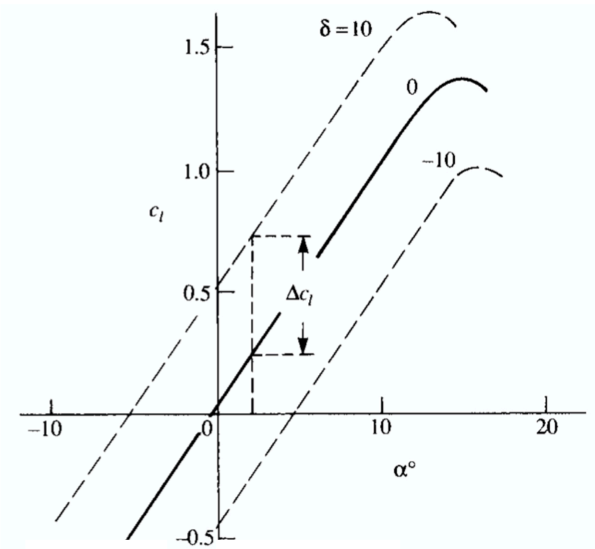
Avec bec de bord d'attaque



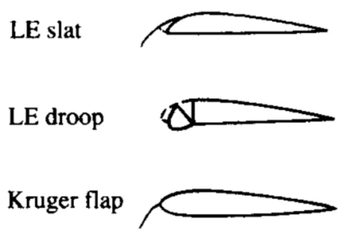
T.E. flap

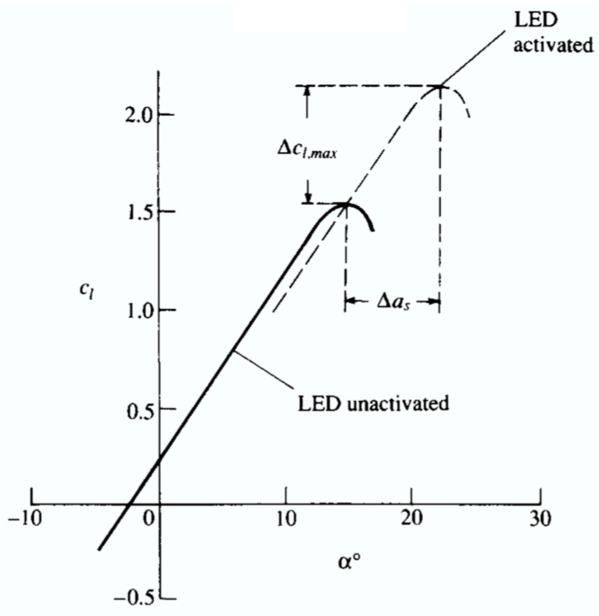


$$c_l = 2\pi\alpha + \underbrace{2\delta(\pi - \beta + \sin\beta)}_{\Delta c_l}$$

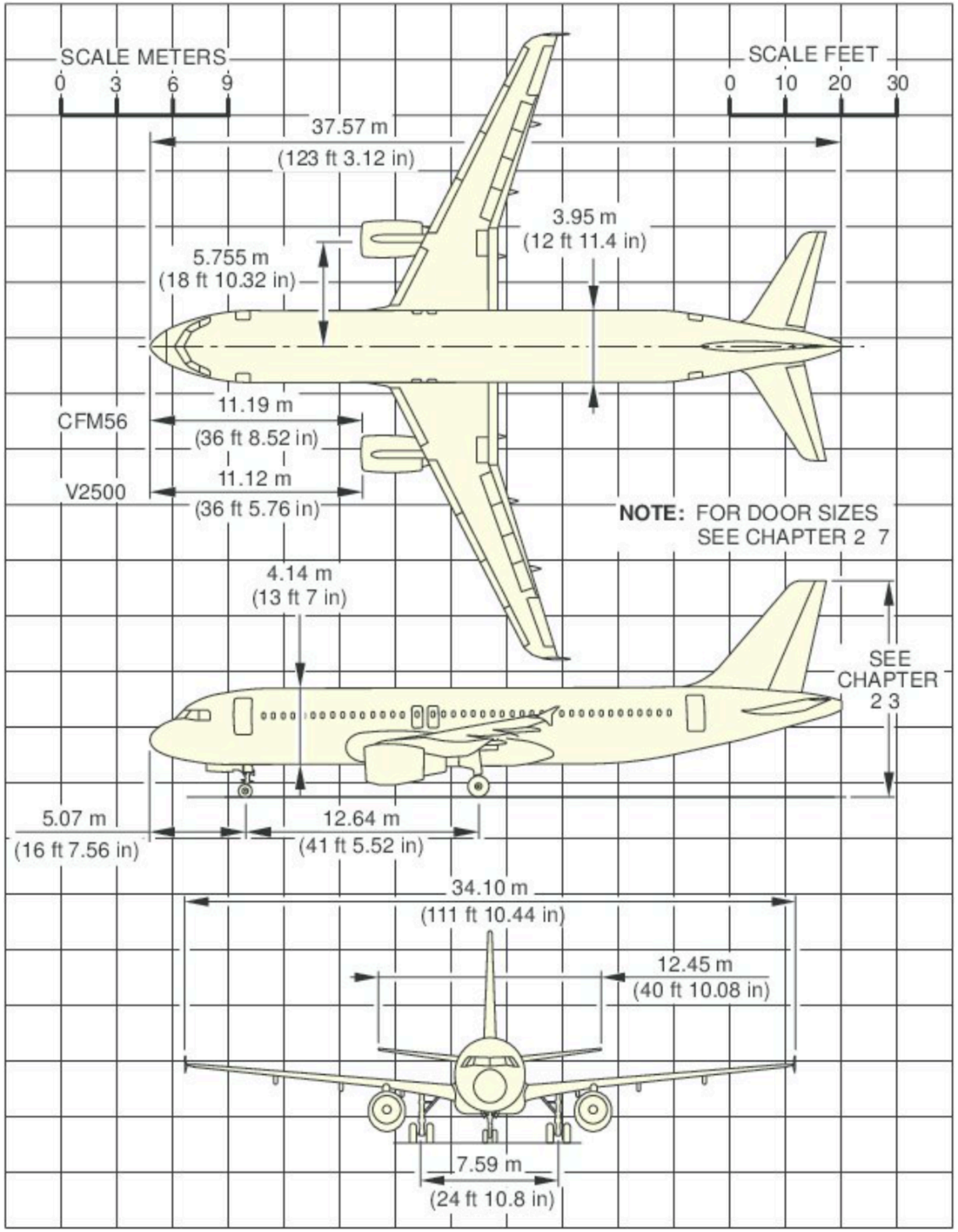


L.E. devices



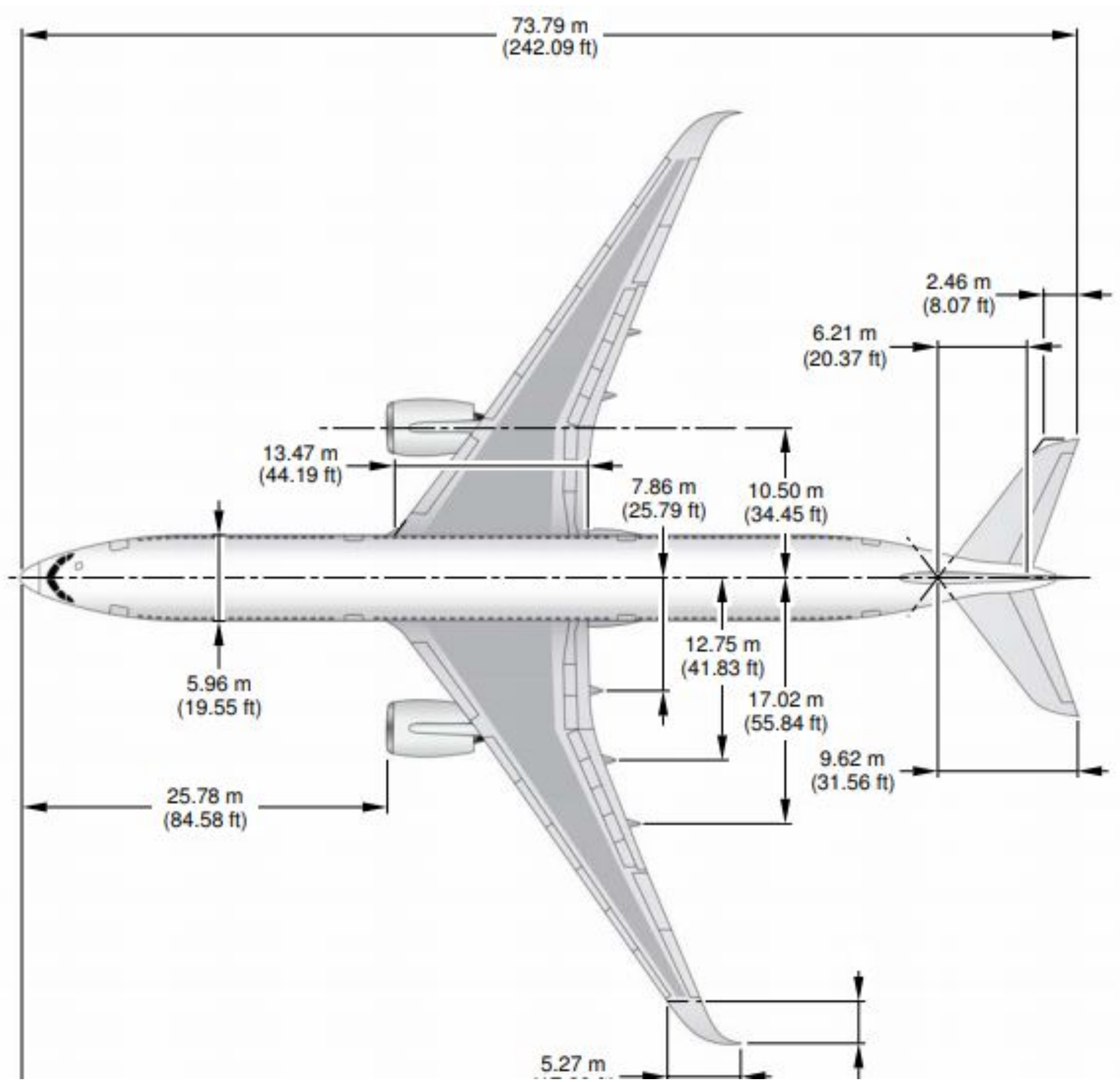


17. Dispositifs hypersustentateur



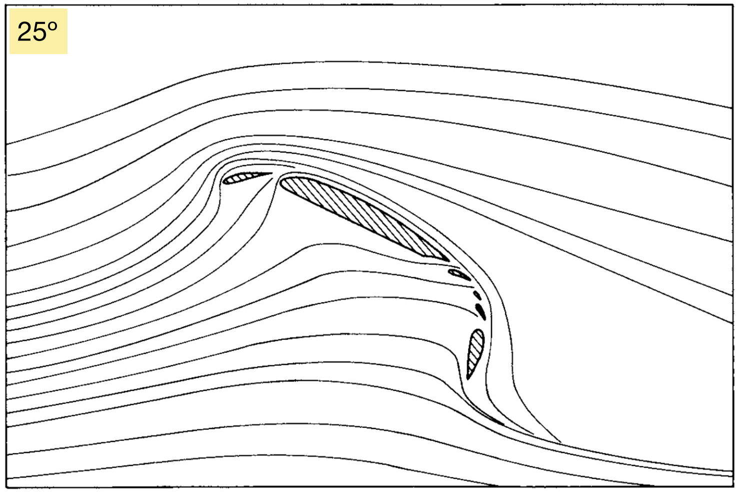
- **78 t au décollage / 40.3 t à vide**
- **150/180 Passagers**
- **6150 km de portée**

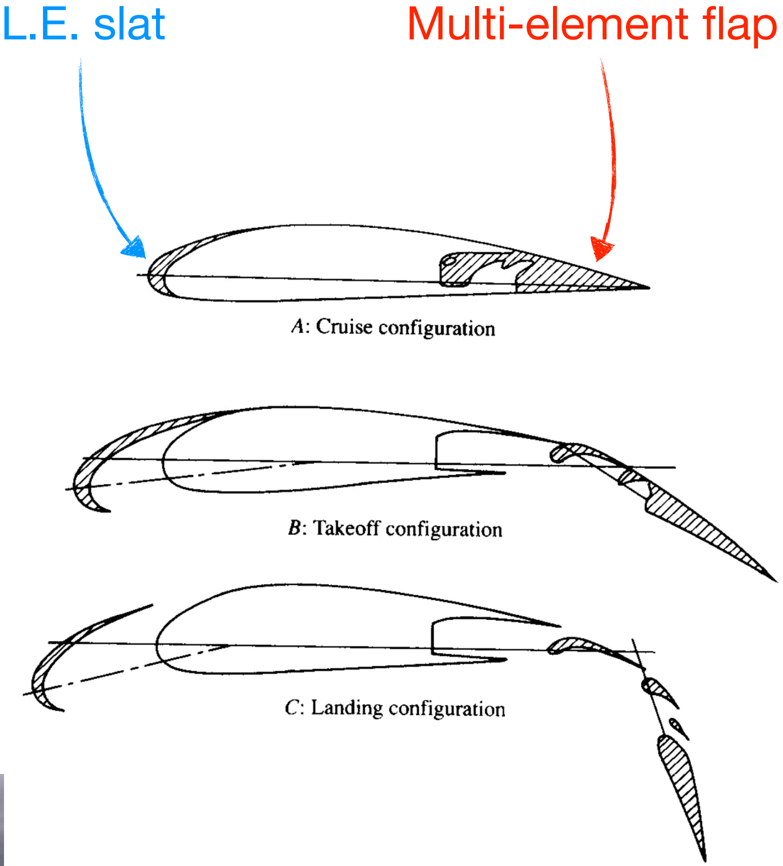
Aircraft Characteristics						
		WV010	WV011	WV012	WV013	WV014
Maximum Landing Weight (MLW)	Kilograms	64 500	66 000	66 000	64 500	64 500
	Pounds	142 198	145 505	145 505	142 198	142 198
Maximum Zero Fuel Weight (MZFW)	Kilograms	61 000	62 500	62 500	61 000	61 500
	Pounds	134 482	137 789	137 789	134 482	135 584
Estimated Operational Empty Weight (OEW)	CFM Engines	41 244 kg (90 927 lb)				
	IAE Engines	41 345 kg (91 150 lb)				
Estimated Maximum Payload CFM 56	Kilograms	19 756	21 256		19 756	20 256
	Pounds	43 555	46 861		43 555	44 657
Estimated Maximum Payload IAE V2500	Kilograms	19 655	21 155		19 655	20 155
	Pounds	43 332	46 639		43 332	44 434



- 308 t au décollage
- 366 Passagers
- 14 750 km de portée

17. Dispositifs hypersustentateur



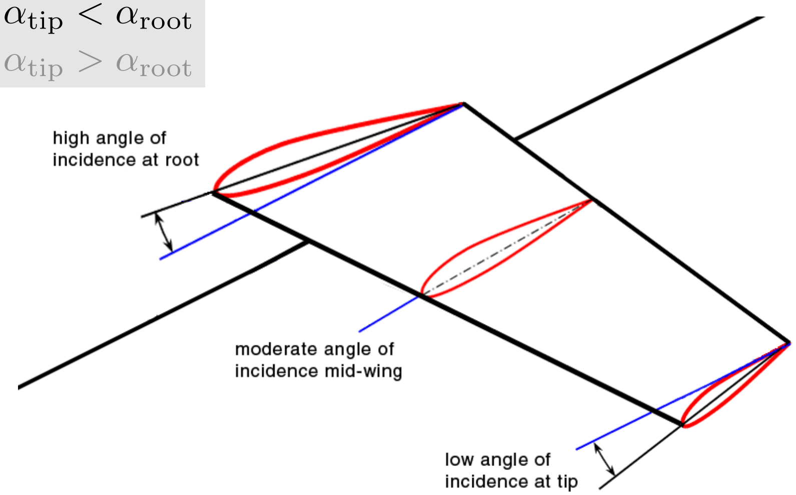


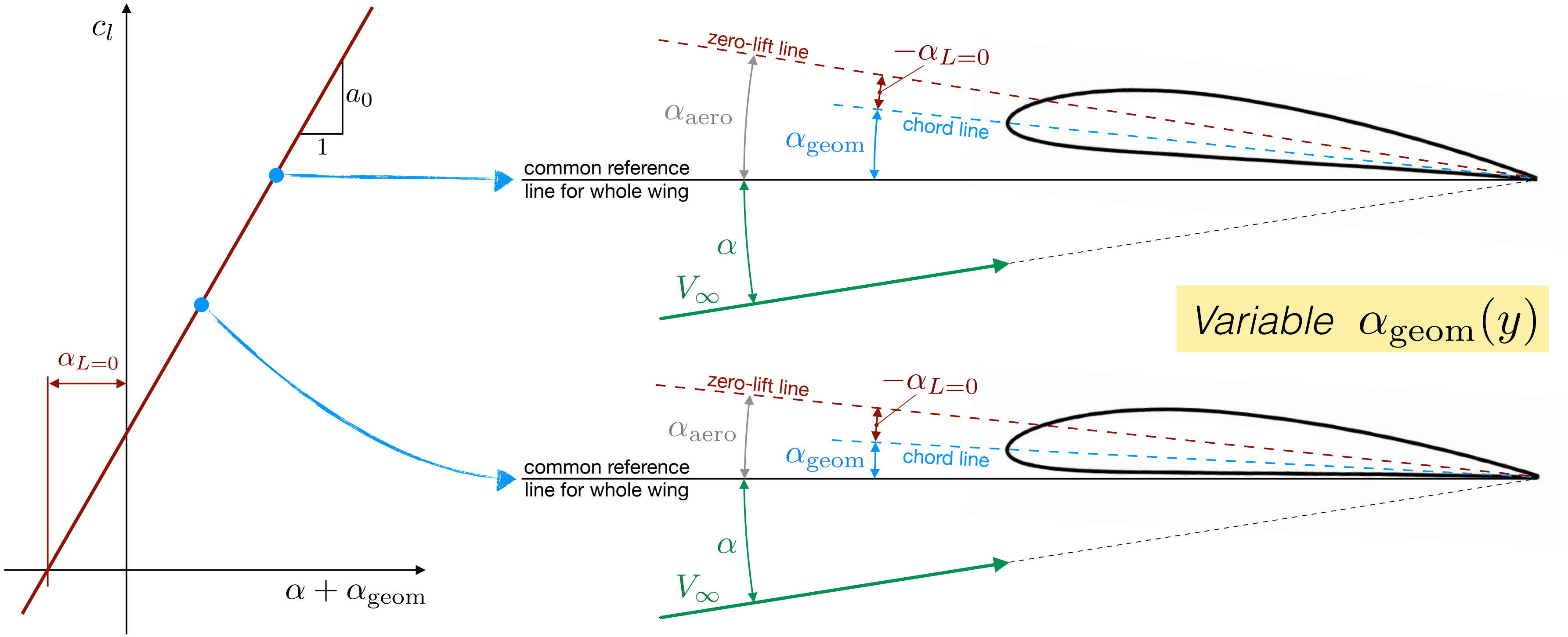
18. Effets 3D

- Le vrillage permet de répartir la portance suivant l'envergure du profil 3D

Washout: $\alpha_{\text{tip}} < \alpha_{\text{root}}$

Washin: $\alpha_{\text{tip}} > \alpha_{\text{root}}$

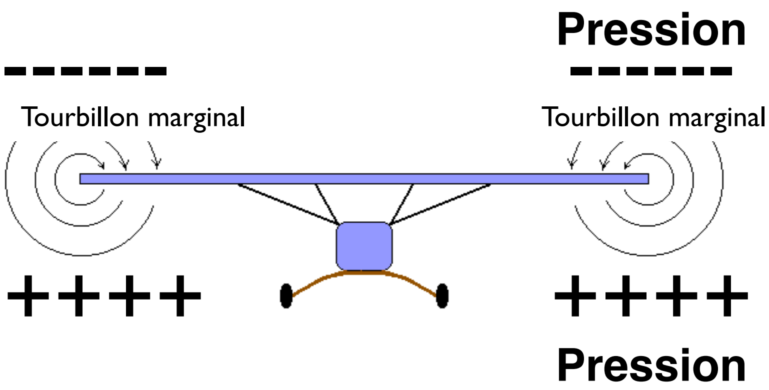


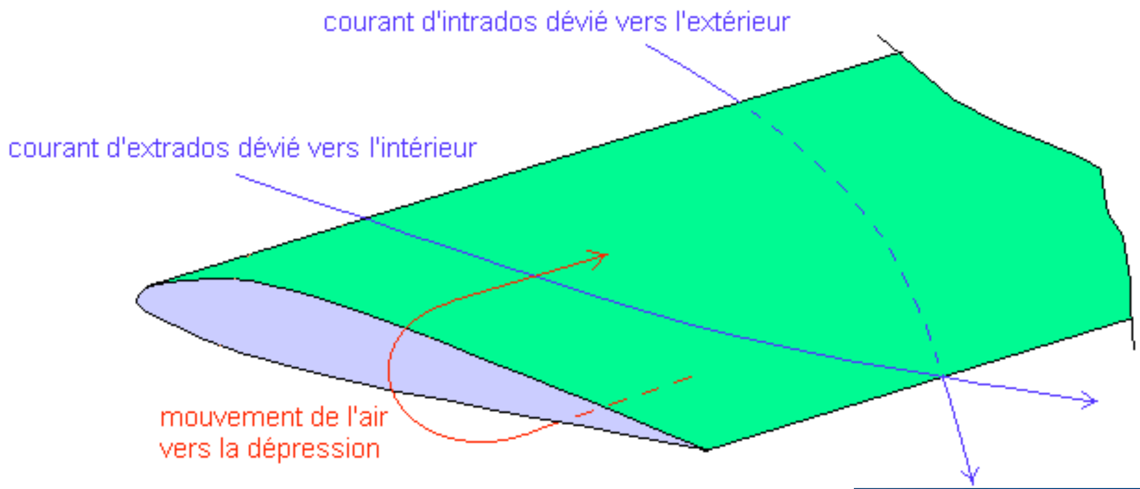


Variable $\alpha_{\text{geom}}(y)$

18. Effets 3D

- L'envergure joue aussi un rôle essentiel.
- L'écoulement est tri-dimensionnel par nature, ce qui induit de nombreux effets désirés ou pas, comme la traînée induite, qui est une force de résistance à l'avancement induite par la portance et qui dépend des caractéristiques de l'aile, comme son allongement et la distribution de la portance suivant son envergure.
- Le tourbillon d'extrémité d'aile est un exemple simple d'effet 3D :



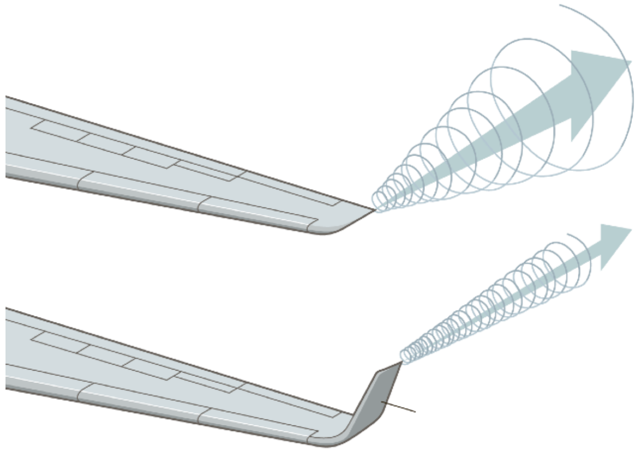


Les extrémités d'aile sont optimisées pour limiter cet effet

Visualisation à partir de poudre au sol (NASA) :

18. Effets 3D

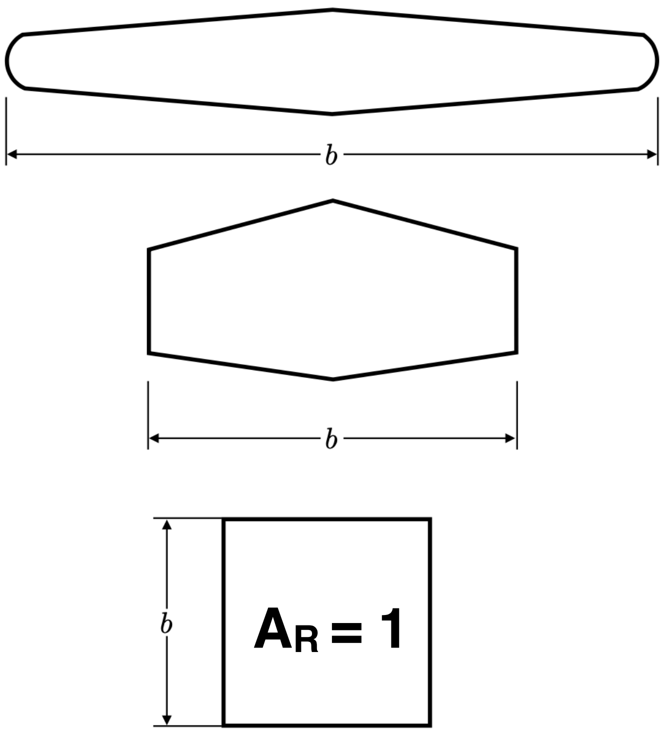
- Les ‘winglets’ réduisent la formation de tourbillon d’extrémité d’aile.



- La traînée induite par un profil 3D dépend de e≤1 (e~0.7 - 0.85), le facteur d'efficacité d'Oswald, et de A_R, le facteur de forme de l'aile :

traînée totale — **traînée de frottement** — **traînée induite**

$$C_{D_T} = C_D + C_{D_i} = C_D + \frac{C_L^2}{\pi e A_R}$$



$$A_R = \frac{b^2}{S}$$

Facteur de forme augmente

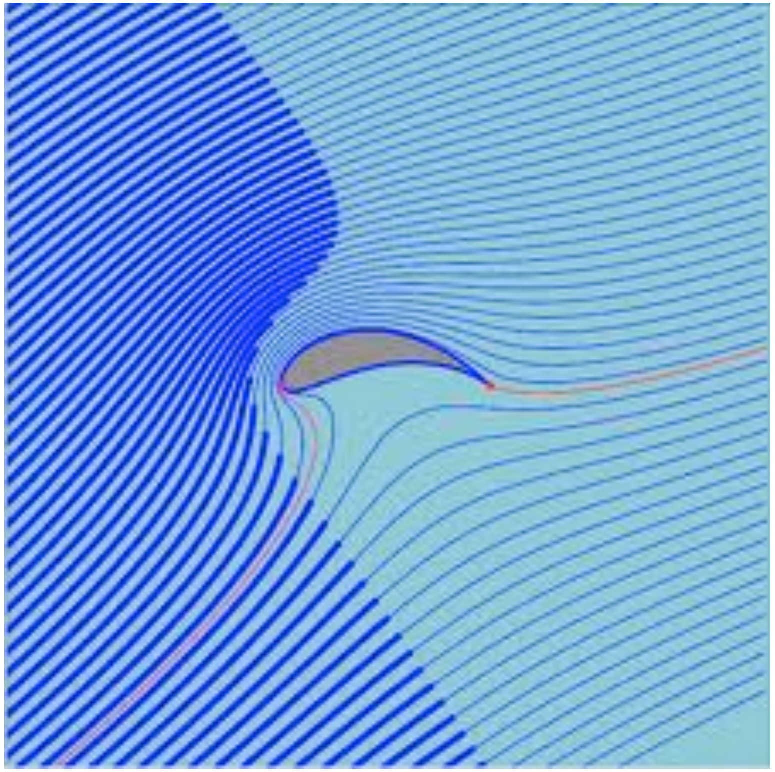
- A_R est entre 6 et 8 pour les ailes actuelles

$$\frac{C_L^2}{\pi e A_R}$$

Traînée induite diminue

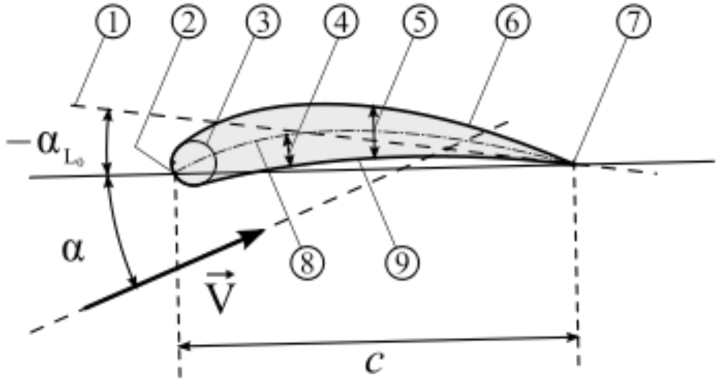
Introduction à l'Aérodynamique et à la Théorie des Profils

Partie 10 : Classification NACA



Luc Vervisch *INSA de Rouen Normandie & IUF, CNRS*

19. Classification des profils NACA



- NACA : National Advisory Committee for Aeronautics (créée en 1915).
- NASA : National Aeronautics and Space Administration (créée en 1958).

NACA 4 chiffres

NACA xxxx

- Premier chiffre : Cambrure maximale (en pourcentage de corde)
- Deuxième chiffre : position du maximum de cambrure le long de la corde (en dixième de corde)
- Troisième et quatrième chiffre : épaisseur maximale (en pourcentage de corde)

NACA 0012 : Profil symétrique d'épaisseur maximum de 12% de c

NACA 5 chiffres

NACA xxxxx

- Premier chiffre : amplitude du coefficient de portance optimal divisé par 0.15
- Deuxième et troisième chiffres : double de la position de la cambrure maximale le long de la corde (en % de corde)
- Quatrième et cinquième chiffres : épaisseur maximale (en pourcentage de corde)

NACA 23012 : Coefficient de portance optimal de 0.3, max de cambrure à 15% de c et épaisseur max de 12% de c

NACA 6 chiffres

NACA $6x_x$-xxx

- Premier chiffre : 6, pour préciser qu'il s'agit des profils laminaires 6 chiffres
- Deuxième chiffre : position du minimum de pression le long de la corde (en dixième de corde)
- Troisième chiffre en indice : Gamme de coefficient de portance, au-dessous et en-dessus du coeff de portance optimale, en dixième
- Un tiret
- Quatrième chiffre : coefficient de portance optimale en dixième
- Cinquième et sixième chiffres : épaisseur maximum (en pourcentage de corde)

NACA 65_1-012 : Profil laminaire symétrique dont le minimum de pression est situé à 5% de c, opérant dans la gamme $C_{L,opt} - 0.1 < C_L < C_{L,opt} + 0.1$ avec $C_{L,opt} = 0$ et d'une épaisseur maximale de 12% de c

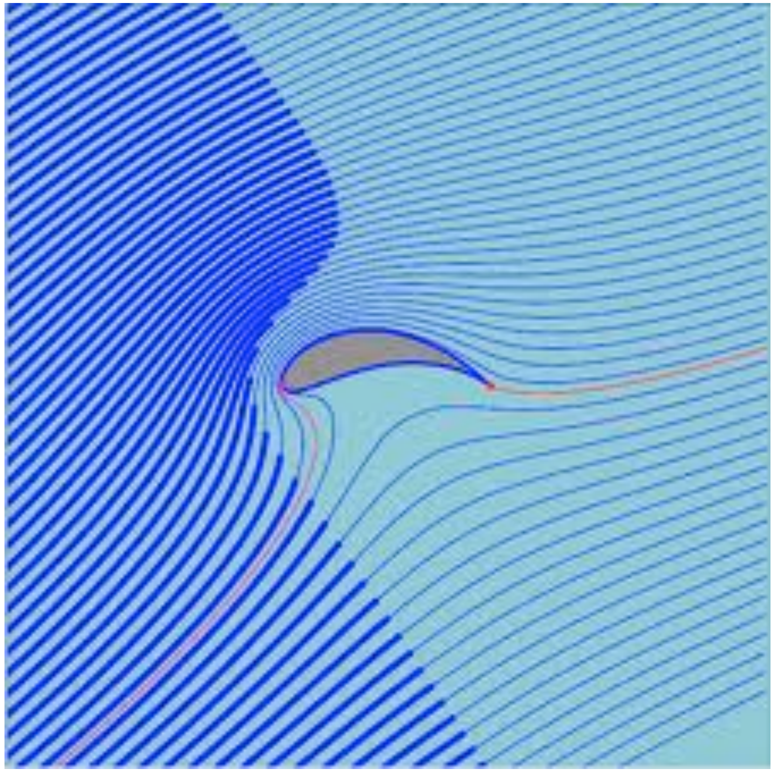
- La série 6 chiffres fut développée pendant la seconde guerre mondiale.
- Ils présente une large zone où la couche limite est laminaire, en repoussant le minimum de pression le plus près possible du bord de fuite et en réduisant la valeur absolue de ce minimum.
- Le frottement est diminué, ce qui améliore les caractéristiques à grande vitesse.

20. Profils NASA

- Dans les années 1970, la NASA dessina des profils aux performances supérieures à celles des NACA.
- Ces profils ont été conçus par simulation numérique.
- LS(1)-0417 : Grand rayon de courbure à son bord d'attaque afin d'aplatir le pic de pression sur le nez du profil.
- Intrados recourbé vers le bord de fuite pour augmenter la cambrure et la charge aérodynamique (efforts) dans cette zone.
- Diminution du décollement de la couche limite et augmentation du coefficient de portance maximum.

Introduction à l'Aérodynamique et à la Théorie des Profils

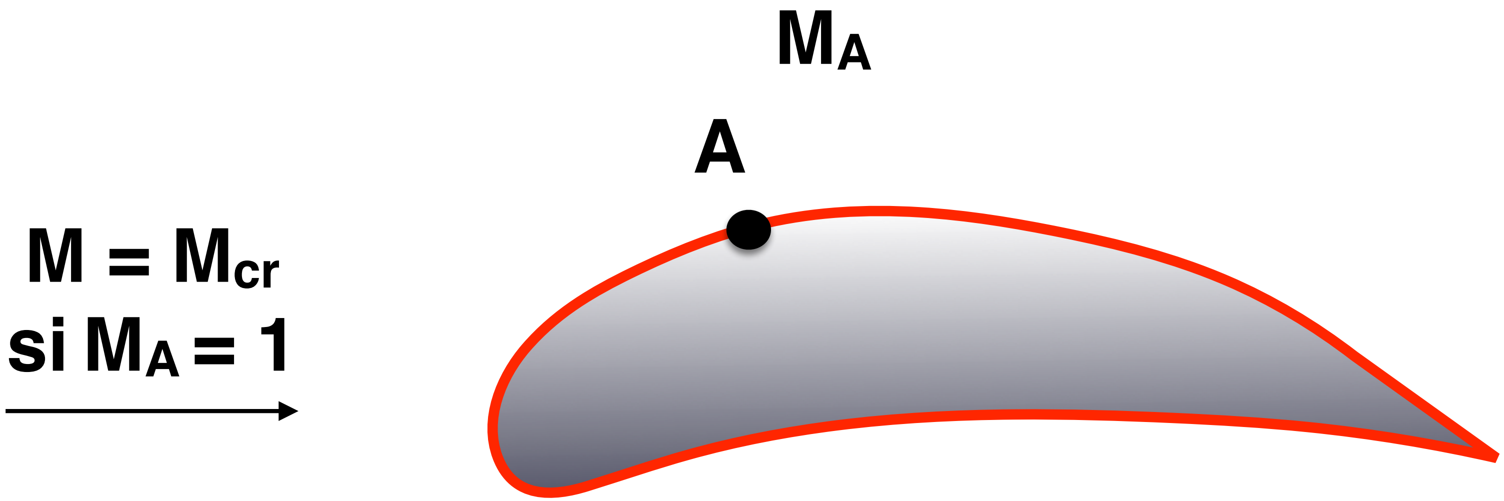
Partie 11 : Profil supercritique



Luc Vervisch *INSA de Rouen Normandie & IUF, CNRS*

21. Notions d'aérodynamique transsonique

- Considérons un profil d'aile qui évolue dans un écoulement subsonique : l'écoulement sur l'extrados est en survitesse et en dépression et on note A le point où la vitesse est maximale.

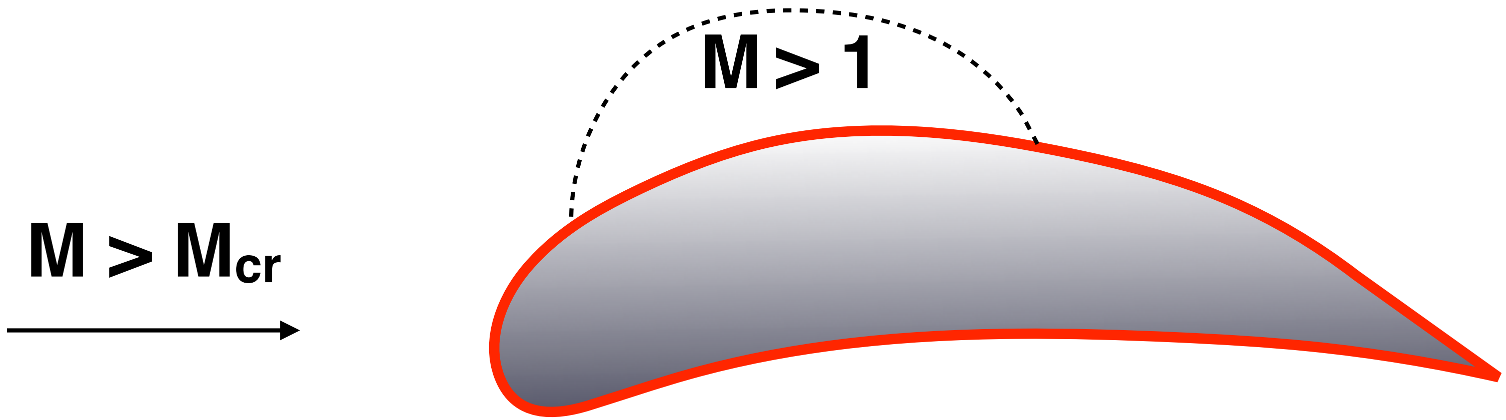


- Quand la vitesse de l'écoulement incident augmente, la vitesse au point A augmente, jusqu'à atteindre la vitesse du son.

- La vitesse incidente quand le Mach est unitaire au point A est appelée vitesse critique, le Mach est critique.

21. Notions d'aérodynamique transsonique

- Si la vitesse augmente encore, l'écoulement autour du profil devient transsonique, une région d'écoulement supersonique apparaît côté extrados.



- Il est essentiel de connaître le Mach critique, car avec le régime transsonique plusieurs phénomènes apparaissent, comme une forte augmentation du coefficient de traînée, des vibrations, etc.

21. Notions d'aérodynamique transsonique

- D'après le cours de dynamique des gaz la relation suivante est vérifiée :

$$\frac{P_A}{P_\infty} = \frac{P_A}{P_{i,A}} \frac{P_{i,A}}{P_\infty} = \frac{P_A}{P_{i,A}} \frac{P_{i,\infty}}{P_\infty}$$

$$= \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_A^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

21. Notions d'aérodynamique transsonique

- Le coefficient de pression (relié à la portance) s'écrit en fonction du Mach amont :

Vitesse du son amont

$$c_\infty^2 = \frac{\gamma P_\infty}{\rho_\infty}$$

$$\begin{aligned}
C_{P_A} = \frac{P_A - P_\infty}{q_\infty} &= \frac{2P_\infty}{\rho_\infty U_\infty^2}\left(\frac{P_A}{P_\infty} - 1\right) \\
&= \frac{2c_\infty^2}{\gamma U_\infty^2}\left(\frac{P_A}{P_\infty} - 1\right) \\
&= \frac{2}{\gamma M_\infty^2}\left(\frac{P_A}{P_\infty} - 1\right) \\
&= \frac{2}{\gamma M_\infty^2}\left[\left(\frac{2+(\gamma-1)M_\infty^2}{2+(\gamma-1)M_A^2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1\right]
\end{aligned}$$

21. Notions d'aérodynamique transsonique

- Appliqué à la condition critique :

$$C_{p,cr} = \frac{2}{\gamma M_{cr}^2}\left[\left(\frac{1+\frac{\gamma-1}{2}M_{cr}^2}{1+\frac{\gamma-1}{2}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1\right]$$

- En pratique pour un profil réel, C_P est tracé en fonction du Mach. Quand la valeur de C_P croise $C_{P,cr}$ théorique, le Mach critique du profil est déterminé.

21. Notions d’aérodynamique transsonique

- Un profil épais a un nombre de Mach critique plus faible que celui d’un profil mince.
- Les avions de lignes commerciaux qui volent à un Mach de l’ordre de 0.85 (ne pas confondre avec la vitesse par rapport au sol indiquée aux passagers), utilisent des profils minces afin d’avoir un nombre de Mach critique le plus élevé possible.

21. Notions d'aérodynamique transsonique

- Le coefficient de traînée :

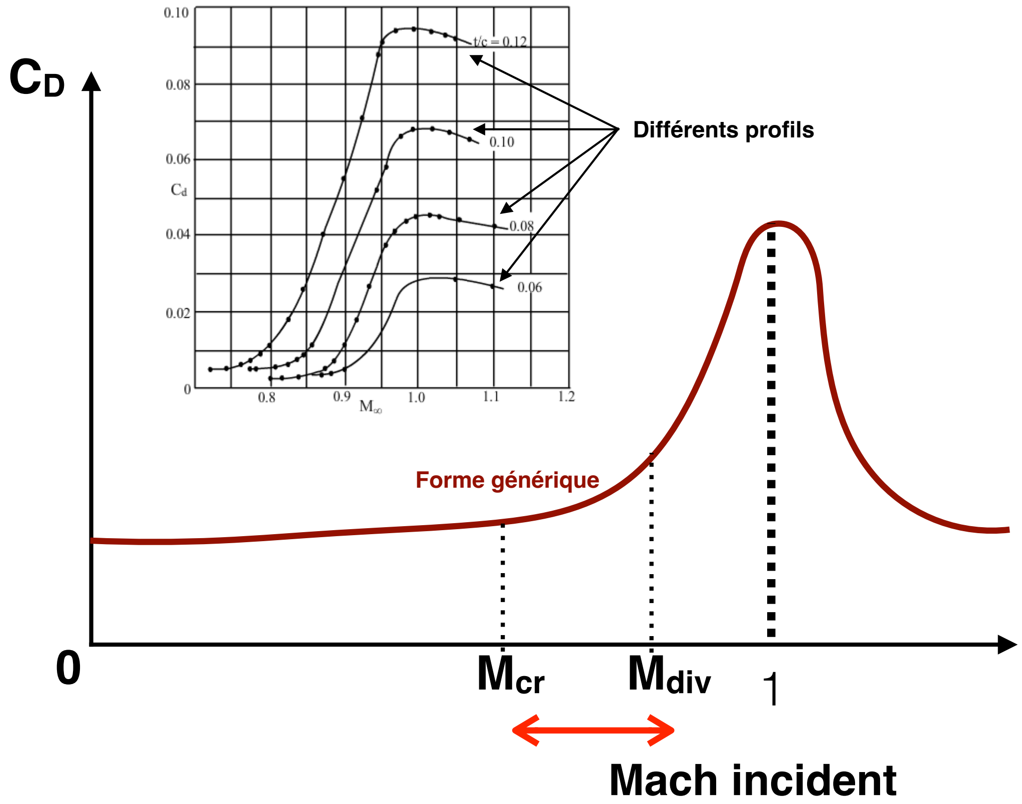
Force de frottement sur la surface S de l'aile

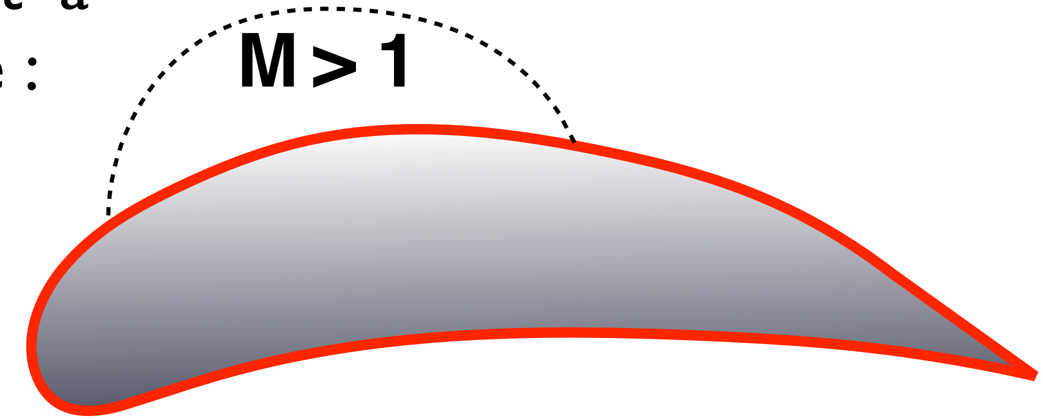
$$C_D = \frac{D}{q_\infty S}$$

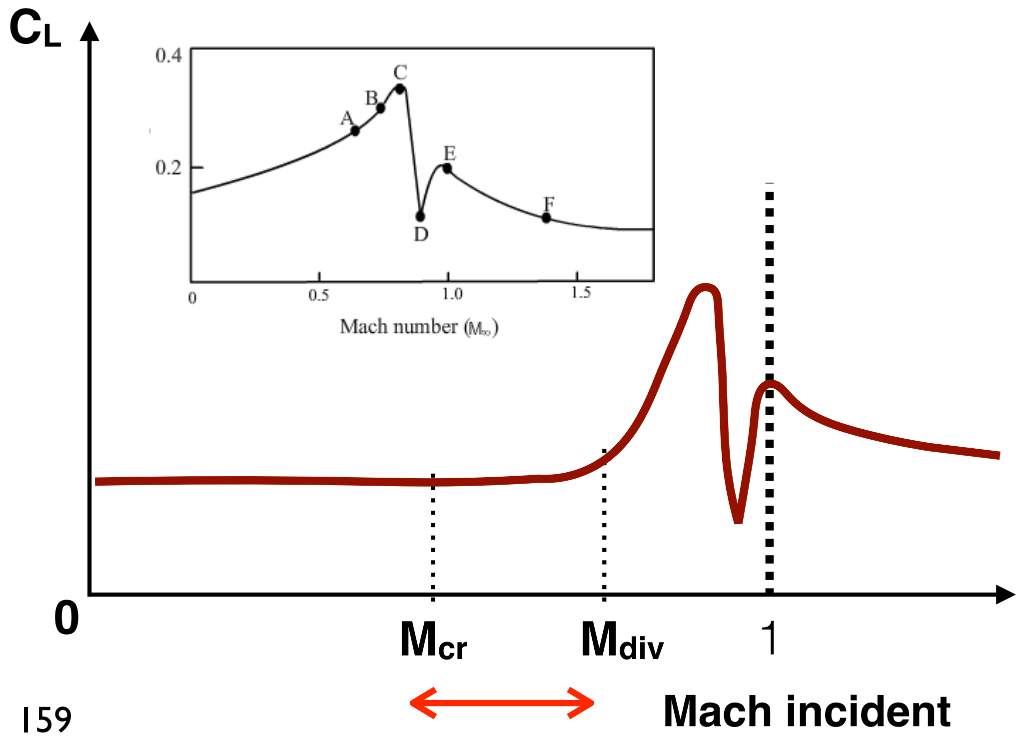
- En dessous du nombre de Mach critique, le coefficient de traînée varie peu avec la vitesse.
- A l'approche du Mach critique, la traînée subit une augmentation.
- Une variation brutale des coefficients aérodynamiques est observée autour de Mach = 1 (c'est pour cette raison qu'il est préférable d'éviter de voler à Mach = 1).
- Jusqu'en 1930, on pensait que l'augmentation tendait vers l'infini à l'approche d'un mur du son infranchissable...

21. Notions d’aérodynamique transsonique

- Les coefficients de traînée et de portance varient significativement à l’approche de la condition sonique :







M_{cr} : Mach = 1 sur l’extrados

22. Profils supercritiques

- Il est intéressant d'augmenter la différence entre la valeur du Mach où les coefficients aérodynamiques commencent à diverger et la valeur du Mach critique. Ceci pour évoluer dans une zone où la variation de coefficient de traînée reste modérée, tout en ayant une partie supersonique sur l'extrados (et donc voler plus vite).

- Richard T. Whitcomb propose en 1965 des profils supercritiques vérifiant ces conditions

(1921-2009)

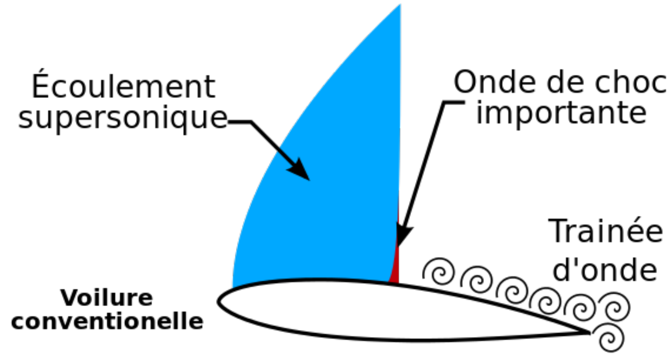
- Pour un profil supercritique, la valeur du Mach de divergence augmente, mais celle du Mach critique change peu par rapport à un profil traditionnel. La distance entre le Mach de divergence et le Mach critique augmente, donc la variation de traînée est modérée autour du Mach critique.

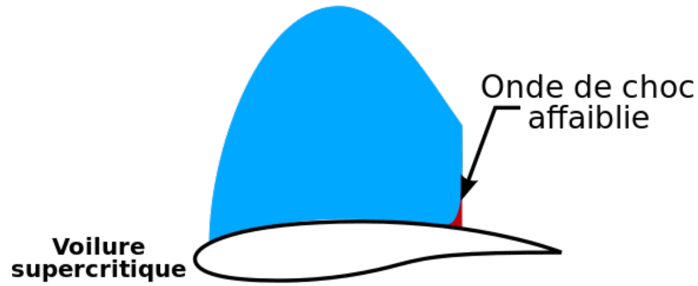
- L'extrados est relativement plat, ce qui facilite une région d'écoulement supersonique pour des valeurs du Mach amont plus faible que pour les profils classiques.

- Le choc qui termine cette région est plus faible.

22. Profils supercritiques

Le premier avion civil à utiliser ces profils est le Falcon50 (1976) de Dassault Aviation





Tous les avions de ligne depuis l'A310 - 1978 utilisent des voilures supercritique

Quelques progrès depuis 1900, mais il reste tant à faire !